

Série A, N° : 1 270

N° d'ordre : 2 139

THÈSES

présentées à la

FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

POUR OBTENIR LE GRADE DE

DOCTEUR ÈS SCIENCES PHYSIQUES

PAR

M. Albert ARNULF

Ingénieur diplômé de l'École Supérieure d'Optique
Chef des travaux pratiques à l'Institut d'Optique

1^{re} Thèse : **LA MESURE DES RAYONS DE COURBURE DES SURFACES
SPHÉRIQUES EMPLOYÉES EN OPTIQUE**

2^e Thèse : **PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ**

Soutenues, le **9 JUIL** 1930, devant la Commission d'examen

Jury d'examen	{	MM. A. COTTON, <i>président</i> ;	{	<i>examinateurs.</i>
		CH. FABRY,		
		L. DUNOYER,		

Éditions de la *Revue d'Optique théorique et instrumentale*

3 et 5, Boulevard Pasteur - 165, Rue de Sèvres, Paris (xv^e)

1930

Série A, N° : 1 270

N° d'ordre : 2 139

THÈSES

présentées à la

FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

POUR OBTENIR LE GRADE DE

DOCTEUR ÈS SCIENCES PHYSIQUES

PAR

M. Albert ARNULF

Ingénieur diplômé de l'École Supérieure d'Optique

Chef des travaux pratiques à l'Institut d'Optique

1^{re} Thèse : **LA MESURE DES RAYONS DE COURBURE DES SURFACES
SPHÉRIQUES EMPLOYÉES EN OPTIQUE**

2^e Thèse : **PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ**

Soutenues, le

1930, devant la Commission d'examen

Jury d'examen { MM. A. COTTON, *président*;
CH. FABRY, { *examineurs.*
L. DUNOYER, }

Éditions de la *Revue d'Optique théorique et instrumentale*

3 et 5, Boulevard Pasteur - 165, Rue de Sèvres, Paris (xv^e)

1930

FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

MM.

DOYEN.
DOYENS
HONORAIRES.

C. MAURAIN, *Professeur*, Physique du globe.

P. APPELL.
M. MOLLIARD.

PROFESSEURS
HONORAIRES.

V. BOUSSINESQ.
A. JOANNIS.
H. LE CHATELIER.
H. LEBESGUE.
A. FERNBACH.
A. LEDUC.
R. DONGIER.
E. HÉROUARD.



PROFESSEURS.

Émile PICARD. . . . Analyse supérieure et algèbre supérieure
G. KÖNIGS Mécanique physique et expérimentale.
E. GOURSAT. . . . Calcul différentiel et calcul intégral.
P. JANET Électrotechnique générale.
H. ANDOYER. . . . Astronomie.
F. WALLERANT . . . Minéralogie.
P. PAINLEVÉ . . . Mécanique analytique et mécanique céleste.
Gabriel BERTRAND. . Chimie biologique.
M^{me} P. CURIE . . . Physique générale et radioactivité.
M. CAULLERY . . . Zoologie (Évolution des êtres organisés).
G. URBAIN Chimie générale.
Émile BOREL . . . Calcul des probabilités et Physique mathém.
L. MARCHIS Aviation.
Jean PERRIN . . . Chimie physique.
Rény PERRIER . . . Zoologie (Enseignement P. C. N.).
H. ABRAHAM . . . Physique.
M. MOLLIARD . . . Physiologie végétale.
E. CARTAN Géométrie supérieure.
L. LAPICQUE . . . Physiologie générale.
E. VESSIOT . . . Théorie des fonctions et théorie des transformations.
A. COTTON Physique générale.
J. DRACH Application de l'analyse à la géométrie.
Charles FABRY . . . Physique.
Charles PÉREZ . . . Zoologie.
Léon BERTRAND. . . Géologie structurale et géologie appliquée.
R. LESPIEAU . . . Théories chimiques.
E. RABAUD . . . Biologie expérimentale.
P. PORTIER . . . Physiologie comparée.
É. BLAISE Chimie organique.
P.-A. DANGEARD. . Botanique.
Paul MONTEL . . . Mécanique rationnelle.
P. WINTREBERT. . Anatomie et histologie comparées.
O. DUBOSCQ. . . . Biologie maritime.
G. JULIA Mathématiques générales.
A. MAILHE . . . Étude des combustibles.
L. LUTAUD . . . Géographie physique et géologie dynamique.
Eugène BLOCH . . . Physique théorique et physique céleste.
Henri VILLAT . . . Mécanique des fluides et applications.
Ch. JACOB . . . Géologie.
P. PASCAL . . . Chimie minérale.
Léon BRILLOUIN . . Théories physiques.
N. . . . Chimie appliquée.

E. PÉCHARD. . . Chimie (Enseign. P. C. N.).
V. AUGER . . . Chimie analytique.
M. GUICHARD. . Chimie minérale.
A. GUILLET . . . Physique.
C. MAUGUIN . . Minéralogie.
L. BLARINGHEM. Botanique.
A. MICHEL-LÉVY Pétrographie.
A. DEREIMS. . . Géologie.
A. DENJOY . . . Calcul différentiel et intégral.
H. BÉNARD . . . Physique (P. C. N.).
E. DARMOIS. . . Physique.
G. BRUHAT. . . Physique.

H. MOUTON . . . Chimie physique.
L. JOLEAUD . . . Paléontologie.
M. JAVILLIER . . Chimie biologique.
A. DUFOUR . . . Physique (P. C. N.).
F. PICARD . . . Zoologie (Évolution des êtres organisés).
ROBERT-LÉVY . . Zoologie.
L. DUNOYER . . . Optique appliquée.
A. GUILLIERMOND. Botanique (P. C. N.)
A. DEBIERNE. . . Radioactivité.
M. FRÉCHET. . . Calcul des probabilités et Physique mathém.

SECRÉTAIRE... Daniel TOMBECK.

A MA FEMME

A MON MAITRE, M. CHARLES FABRY



Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41551808_0038

LA MESURE DES RAYONS DES SURFACES SPHÉRIQUES EMPLOYÉES EN OPTIQUE

CHAPITRE I INTRODUCTION

Généralités. — La mesure des rayons de courbure est une des opérations fondamentales de l'optique pratique.

La presque totalité des pièces d'optique est réalisée sous forme de lentilles à faces sphériques ou planes. Les éléments qui déterminent complètement une lentille sont :

- 1^o L'indice de réfraction de la matière qui la compose;
- 2^o Ses rayons de courbure;
- 3^o Son épaisseur.

Ces trois données et les tolérances correspondantes sont fournies par le calculateur à l'opticien chargé de réaliser la lentille.

Ce dernier, après s'être procuré la matière d'indice voulu, doit la tailler sous forme de surfaces sphériques possédant le rayon donné. Nous ne nous occuperons pas de la question des épaisseurs.

L'opticien possède une gamme d'outils sphériques de rayons connus, en fonte, balles et bassins, ayant la forme bien connue indiquée sur la figure 1.

Au moyen de l'outil dont le rayon est le plus voisin du rayon à obtenir (mais peut cependant en être notablement différent), il procède au dégrossissage de la lentille, en usant la matière première dans l'outil au moyen de grès; puis à son ébauchage, opération qui consiste, sur le même outil, à enlever au moyen d'émeri assez grossier le grain très profond laissé sur la surface par l'attaque au grès. L'ouvrier procède ensuite au doucissage, opération qui, exécutée sur un outil ayant aussi exactement que possible

le rayon voulu, amène le rayon de la surface très près de sa valeur exacte. On emploie, dans ce but, des émeris successifs de plus en plus fins, jusqu'au moment où la surface est suffisamment lisse pour être polie. Le travail préparatoire au polissage est identique pour toutes les sortes de lentilles, quelle que soit leur destination. Suivant la précision demandée, il est exécuté plus ou moins rapidement. Lorsqu'on passe au polissage, le mode opératoire, du point de vue de l'obtention d'un rayon donné, est différent suivant l'usage auquel est destinée la lentille.

Dans le travail courant (lunetterie, jumelles de Galilée, optique de projection bon marché), le rayon de la lentille n'a pas besoin d'être déterminé avec précision (précision de $1/25$ à $1/100$ en valeur relative). On suppose, avec une exactitude suffisante, que le rayon de la surface est le même que celui de l'outil, et que la variation du rayon de courbure au cours du polissage est négligeable devant la tolérance.

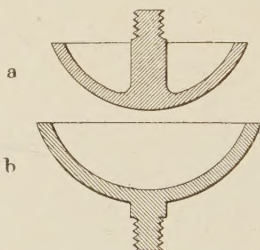


Fig. 1. — Outil d'opticien en fonte ou laiton.

a, balle ; *b*, bassin.

Les opérations de mesure de rayons se borneront à la détermination du rayon de l'outil, avec une précision modeste, sans aucune vérification de la surface terminée. L'outil lui-même sera contrôlé de temps à autre, pour vérifier que la variation de son rayon reste dans les limites permises.

Dans le travail de précision en série (jumelle à prismes, objectif photographique, objectif de microscope, etc.), on ne peut pas admettre que le rayon finalement obtenu est égal au rayon de l'outil, supposé exact. Une vérification de la surface polie au cours du travail s'impose. D'après cette vérification, on conduira le travail de polissage de façon à se rapprocher du rayon voulu à la tolérance près.

Cette vérification est exécutée d'une façon tout à fait simple et rapide, sur le tour même où sont montées les surfaces, au moyen de calibres interférentiels. Le calibre est un ensemble de deux surfaces, de rayons identiques, l'une concave, l'autre convexe, ayant exactement le rayon que l'on veut obtenir. L'emploi de deux surfaces de rayons identiques est absolument indispensable. En effet, en lumière blanche, on se sert des franges d'inter-

férence visibles dans la mince couche d'air comprise entre les deux surfaces, pour vérifier la qualité des surfaces du calibre. Si les surfaces sont parfaites et de même rayon, on observe une teinte plate. Lorsque les deux rayons sont différents, les franges d'interférence qui apparaissent dans la lame d'air comprise entre les surfaces renseignent sur la grandeur et le sens de l'écart à corriger, comme nous le verrons plus loin. On vérifie de la même manière les surfaces des lentilles en cours de travail.

Donc, dans le cas du travail de précision en série, les mesures de rayons se borneront à celles d'une seule surface, celle du calibre interférentiel. Nous verrons comment le rayon de l'outil peut être amené à une valeur très exacte au moyen de ce même calibre interférentiel.

Dans le cas d'une fabrication de pièces uniques, on exécute en général les calibres, comme pour la fabrication en série. Sinon, il est nécessaire de contrôler la surface en cours de polissage au moyen d'un procédé quelconque de mesure de rayons.

Cas particulier des mesures de rayons d'outils et de calibres. — Nous savons que deux sphères de même rayon, l'une concave et l'autre convexe, s'appliquent exactement l'une sur l'autre dans toutes les positions. C'est pourquoi les outils d'optique destinés au doucissage sont toujours par *paires*, balle et bassin de même rayon. Lorsqu'on change le rayon d'un outil, cette opération est toujours effectuée pour ses deux parties (travail au tour ou à la fraiseuse), que l'on « réunit » ensuite, c'est-à-dire que l'on frotte l'une sur l'autre avec interposition d'émeri jusqu'à ce qu'elles s'appliquent dans toutes les positions.

Cette manière de faire, universellement employée, est très précieuse, parce qu'elle simplifie la mesure du rayon. En effet, il est inutile de mesurer les deux parties de l'outil. La mesure de la balle ou du bassin seule est nécessaire. Cela rend possible l'utilisation de méthodes très intéressantes, mais qui ne s'appliquent qu'à une seule espèce de rayons ⁽¹⁾, concaves ou convexes. De plus, cela permet souvent de simplifier beaucoup les appareils.

Il en est exactement de même pour les calibres, dont les deux parties doivent s'appliquer l'une sur l'autre à la teinte plate dans toutes les positions. On fera la mesure sur la partie concave ou convexe suivant le cas, ce qui permettra de simplifier sensiblement le matériel de mesure.

Il n'en sera pas de même dans un laboratoire de mesures, où l'on ne dispose pas du choix de la nature de la surface. L'outillage devra alors être tout à fait complet, permettant la mesure de tous les rayons possibles, concaves et convexes.

(1) Nous désignons les rayons des surfaces convexes par les mots *rayons convexes*, ceux des surfaces concaves par les mots *rayons concaves*.

Les méthodes que nous étudierons au cours de ce travail fournissent la solution complète du problème de la mesure des rayons de courbure des surfaces sphériques employées en optique, avec une précision qui est dans la plupart des cas largement supérieure à celle nécessaire dans l'industrie.

Parmi le grand nombre des procédés que nous avons passés en revue, nous n'avons retenu, autant que possible, que ceux qui ne donnent lieu qu'à une simple mesure de longueur. Toutes les méthodes décrites, sauf une, ne comportent qu'un calcul très simple (une multiplication, par exemple) ou même sont à lecture directe; une telle simplicité a une grande importance dans la pratique industrielle. Enfin, les appareils que nous avons construits ont été conçus en vue de supprimer complètement les réglages ou de les réduire à des manipulations rapides et sans difficulté.

Notre travail a été divisé en trois parties. La première et la deuxième partie ont trait aux méthodes de contact. Dans la première partie, nous étudions les appareils de contact munis de palpeurs, que l'on désigne plus particulièrement sous le nom de sphéromètres. Après avoir rappelé brièvement les propriétés des sphéromètres ordinaires, nous décrivons un nouveau sphéromètre-dièdre, utilisable pour les rayons convexes seulement, mais qui a la propriété intéressante de pouvoir être construit à lecture directe.

La deuxième partie se rapporte également aux méthodes de contact, mais dans lesquelles on compare, sans palpeur, la sphère à un solide géométrique de forme connue. Ce solide peut être une sphère, ce qui donne lieu aux procédés du calibre de rayons (surfaces polies ou non) et des anneaux de Newton (surfaces polies seulement). Le contact avec un dièdre conduit à la méthode du dièdre, applicable aux rayons convexes; le contact avec un système de deux sphères connues, dont les centres sont à une distance connue, mène à la méthode des sphères tangentes (rayons convexes et concaves). Ces deux méthodes sont applicables aux rayons des surfaces polies ou non, et peuvent, avec la méthode des anneaux de Newton, être mises en œuvre sur le même appareil, peu encombrant.

Enfin, la troisième partie traite des méthodes d'autocollimation et décrit les appareils en service à l'Institut d'Optique théorique et appliquée, qui assurent la mesure de tous les rayons, concaves et convexes, depuis 0 jusqu'à 4 500 mm.

PREMIÈRE PARTIE.

MÉTHODES DE CONTACT — APPAREILS A PALPEURS

CHAPITRE II

SPHÉROMÈTRE ORDINAIRE

1. Exposé de la méthode. — Nous rappellerons brièvement le principe de cet appareil qui a été bien souvent décrit. Cet instrument se pose sur la

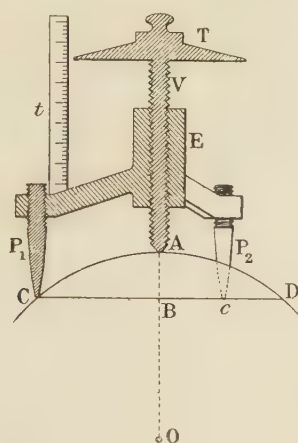


Fig. 2. — Sphéromètre à pointes.

P_1, P_2 , Pointes.

E, Écrou, avec pattes porte-pointes.

V, Vis de mesure, portant le tambour T divisé en 1/500 de millimètre.

t, Échelle divisée pour la détermination des nombres entiers de tours.

sphère à étudier O (fig. 2) et mesure la flèche $AB = e$, c'est-à-dire la distance entre le sommet A de la calotte sphérique ACD et le plan du petit

cercle CD. Pour déterminer le plan CD, le sphéromètre porte par exemple trois pointes, réparties à 120° sur une circonférence. Une vis V, dont l'axe passe par le centre de cette circonférence et est perpendiculaire à son plan, se meut dans un écrou E muni de trois pattes supportant les trois pointes P_1, P_2, P_3 . Le tambour T de la vis est gradué, pour l'appréciation des fractions de tour. Une échelle t divisée en parties entières du pas sert à compter les tours (fig. 2). La flèche AB est égale au déplacement de la vis, qu'on amène successivement au contact de la sphère à mesurer et d'un plan de bonne qualité.

Le rayon r se déduit de la valeur x du rayon de la circonférence qui passe par les trois points (circonférence de base) et de la flèche e par une formule classique, que l'on établit comme suit :

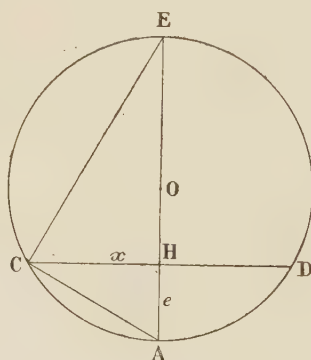


Fig. 3.

Considérons le triangle ACE (fig. 3), on a :

$$x^2 = e(2r - e)$$

d'où :

$$(1) \quad r_1 = \frac{x^2}{2e},$$

ou, en négligeant e^2 devant e :

$$(2) \quad r_2 = \frac{x^2 + e^2}{2e},$$

formule complète.

La formule (1) peut être employée lorsque la flèche est suffisamment petite devant le rayon à mesurer. Précisons les conditions dans lesquelles les formules (1) et (2) sont valables.

Nous supposons que l'erreur relative commise en négligeant le terme en e doit être inférieure à une certaine fraction $\frac{1}{n}$.

On doit avoir, en valeur absolue :

$$\frac{r_2 - r_1}{r_2} \leq \frac{1}{n},$$

ou :

$$\frac{e}{2 r_2} \leq \frac{1}{n}.$$

Posons :

$$r_2 = r.$$

En exprimant e en fonction de x , on a :

$$e = r - \sqrt{r^2 - x^2},$$

ou :

$$\frac{1 - \sqrt{1 - \frac{x^2}{r^2}}}{2} \leq \frac{1}{n}.$$

Posons :

$$\frac{x}{r} = \omega,$$

ω est ce que l'on appelle l'ouverture numérique de la surface à étudier. On a :

$$1 - \sqrt{1 - \omega^2} \leq \frac{2}{n}.$$

En élevant deux fois au carré, on tombe sur une équation du deuxième degré en ω^2 . Une racine convient :

$$\omega^2 \leq \frac{4(n-1)}{n^2}.$$

n étant toujours grand devant l'unité, on peut poser :

$$\omega^2 \leq \frac{4}{n}.$$

(3)

$$\omega \leq \frac{2}{\sqrt{n}}.$$

On pose :

$$2 \omega = \Omega,$$

Ω étant le *rapport d'ouverture* de la surface considérée, d'où :

(3 bis)

$$\Omega \leq \frac{2}{\sqrt{n}}.$$

Les relations (3) et (3 bis) fournissent les valeurs de l'ouverture numérique ou du rapport d'ouverture au-dessus desquelles la formule (1) est légitime. Ces valeurs sont données dans le tableau I ci-dessous.

TABLEAU I

	$\Omega \leq$	$\omega \leq$
10 000	1/25	0,02
1 000	1/8,3	0,06
100	1/2,5	0,20

Remarquons que, dans la pratique, la formule (2) est employée beaucoup plus souvent que la formule (1), car les petits rayons sont la grande majorité, et sont toujours mesurés en se plaçant dans des conditions telles que la flèche soit aussi grande que possible.

2. Précision de la méthode. — Voyons maintenant quelle est la précision qu'on peut attendre d'un tel instrument, supposé parfait. Nous considérons la précision relative.

Prenons la formule complète (2). La dérivée logarithmique est :

$$\begin{aligned} \frac{dr}{r} &= \frac{d(x^2 + e^2)}{x^2 + e^2} + \frac{de}{e} = \frac{2x dx}{x^2 + e^2} + \frac{2e de}{x^2 + e^2} + \frac{de}{e} = \\ &= \frac{x}{r} \frac{dx}{e} + \frac{de}{r} + \frac{de}{e} = \frac{\Omega}{2} \frac{dx}{e} + \frac{de}{r} + \frac{de}{e}. \end{aligned}$$

1° *Le rapport d'ouverture Ω est compris entre 2 et $\frac{I}{2}$.* — Le terme $\frac{de}{r}$, égal à $\frac{de}{e}$ pour $\Omega = 2$, est environ 30 fois plus petit pour $\Omega = \frac{I}{2}$. Nous remplacerons $\frac{de}{e} + \frac{de}{r}$ par $\frac{2de}{e}$, augmentant le terme de l'erreur relative sur e . L'expérience montre que dx , erreur absolue sur la mesure du diamètre du cercle de base, est toujours au moins 10 fois plus grand que de , erreur absolue sur la mesure de la flèche. Le terme en dx sera donc *toujours supérieur ou égal au terme en de .*

2° *Le rapport d'ouverture Ω est inférieur à $\frac{I}{2}$.* — Négligeons, à partir de cette limite arbitraire $\Omega = \frac{I}{2}$, le terme $\frac{de}{r}$, 30 fois plus petit que $\frac{de}{e}$. On a :

$$\frac{dr}{r} = \frac{\Omega}{2} \frac{dx}{e} + \frac{de}{e}.$$

En supposant toujours $dr = 10 de$, on voit facilement que le terme en dr est supérieur au terme en de tant que $\Omega \geq \frac{1}{5}$.

L'application la plus courante du sphéromètre consiste dans la mesure des rayons moyens et petits. La très grande majorité de tels rayons, qu'il s'agisse d'outils ou de surfaces taillées, se trouve dans les conditions $\Omega \geq \frac{1}{5}$.

Il est facile de calculer, que, pour $\Omega = \frac{1}{5}$, la flèche est la 1/200 partie du rayon à mesurer et l'on voit que, dans ce cas, le terme dû à l'erreur sur le rayon du cercle est égal au terme dû à l'erreur sur la flèche. Cela montre bien l'importance d'une bonne définition du cercle de base, et fait toucher du doigt une des plus grosses imperfections de ce type d'instrument. Il est fort difficile, en effet, d'obtenir un cercle de base dont le rayon soit bien constant suivant le rayon à mesurer. L'instrument doit être manipulé avec un soin extrême; les chocs sur les bagues, les points de contact, etc., doivent être absolument évités.

3° Quand l'ouverture est plus petite que $\frac{1}{5}$, le terme en $\frac{de}{e}$ devient de plus en plus grand et, quand $\Omega \leq \frac{1}{50}$, on négligera complètement le premier terme et l'erreur relative sur la mesure du rayon sera égale à l'erreur relative sur la mesure de la flèche.

3. Remarques sur quelques types de sphéromètres. — Examinons maintenant les différents types d'appareils.

Le type le plus ancien (fig. 2), bien connu de tous, est aussi le plus mauvais. Il ne pourra rendre des services que dans le troisième cas de la discussion d'erreur, c'est-à-dire pour les rayons de très petite ouverture. En effet, les pointes des trois pieds ne peuvent être faites aiguës, sous peine de voir l'instrument s'enfoncer dans les outils de laiton de quantités bien supérieures aux limites d'erreurs permises sur la flèche, et de supprimer toute possibilité d'apprécier le contact. Ces pointes sont terminées en réalité par des cercles de rayon non négligeable, de l'ordre de 0,1 à 0,2 mm, et le rayon du cercle de base varie avec le rayon à mesurer. Ces sphéromètres ne sont presque plus employés. Leur précision médiocre les rend tout à fait impropres à la mesure des surfaces optiques. Ils peuvent rendre des services pour les mesures d'outils.

Les sphéromètres à bagues interchangeables, venus d'Allemagne, ont été construits, dans l'esprit de leurs auteurs, pour permettre de mesurer toute la gamme de rayons moyens et petits. Grâce à l'interchangeabilité des bagues, il est toujours possible d'avoir une flèche suffisamment grande

pour être bien mesurée. Mais le défaut est encore le même. Il est impossible d'avoir une arête de contact vive. En admettant qu'elle le fût au début, elle ne tarderait à s'émousser, et cela d'autant plus vite qu'elle est plus aiguë. Lorsqu'on essaie de faire des mesures de précision, même moyennes, au moyen du sphéromètre à bagues, on échoue pour cette raison. Il faut, pour obtenir de bonnes mesures, étalonner chacune des bagues au moyen d'un nombre suffisant de surfaces de rayons connus, pour avoir, dans chaque cas, le rayon du cercle de base. Cette opération doit être faite deux fois pour chaque bague, pour les rayons convexes et concaves.

Les sphéromètres dont les trois points de contact sont constitués par des billes peuvent, s'ils sont bien montés mécaniquement, donner des résultats bien supérieurs. Le sphéromètre de Guild, par exemple, est un bon et robuste appareil, mais qui présente néanmoins, si on veut l'employer à l'atelier, l'inconvénient d'une manipulation délicate et d'un calcul toujours très gênant, malgré sa simplicité.

L'impossibilité de l'emploi de tels instruments à l'atelier est abondamment prouvée par le fait que, pour réaliser un outil de rayon donné, on ne s'en sert presque pas. On préfère faire appel au calibre de rayon, moyen beaucoup plus simple.

CHAPITRE III

SPHÉROMÈTRE DIÈDRE

4. Principe de la méthode. — L'instrument que nous allons décrire ne présente pas les inconvénients du sphéromètre. Il est susceptible en effet d'une construction beaucoup plus robuste, quoique plus difficile. De plus, étant facilement réalisable à lecture directe, il peut être d'un emploi très commode à l'atelier. Il a le défaut, sans inconvénient dans un atelier, de ne pouvoir être employé que pour les rayons convexes.

Nous n'avons pas eu la possibilité de faire réaliser un tel instrument. Nous verrons néanmoins que le petit appareil d'essais que nous avons construit donne des résultats encourageants.

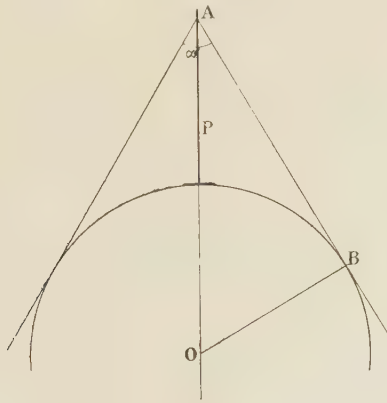


Fig. 4.

Le principe est le suivant : un dièdre métallique d'angle α est muni d'un palpeur P qui se déplace suivant la bissectrice de la section droite du dièdre passant par le centre de la sphère. On mesure les déplacements du palpeur depuis le contact avec cette sphère jusqu'au contact avec une sphère étalon de rayon connu, ce qui revient à mesurer la distance du point A à la sphère (fig. 4).

On a, dans le triangle OAB, en posant $AP = e$:

$$R = OA \sin \frac{\alpha}{2} = (e + R) \sin \frac{\alpha}{2},$$

d'où :

$$R = e \frac{\sin \frac{\alpha}{2}}{1 - \sin \frac{\alpha}{2}}.$$

Posons :

$$\frac{\sin \frac{\alpha}{2}}{1 - \sin \frac{\alpha}{2}} = C$$

(quantité constante pour tous les dièdres de même α). Il vient :

$$(5) \quad R = C \times e.$$

Considérons le rayon étalon R' . On a :

$$R' = C e',$$

d'où :

$$R - R' = C (e - e'),$$

$$(6) \quad \Delta R = C \times \Delta e.$$

Les longueurs lues sur le sphéromètre sont proportionnelles à la différence des rayons.

La constante C ne dépend que de l'angle α . On peut donc choisir α de façon à donner à C une valeur entière simple, par exemple 1, 10, 100, ce qui permet de graduer directement l'appareil avec une division millimétrique. Si, d'autre part, la pointe du palpeur est munie d'un léger réglage longitudinal par rapport à sa division, il est possible de faire correspondre exactement le numérotage de la règle aux rayons mesurés. L'appareil sera alors à lecture directe, sans aucune correction, de la même façon qu'un palmer ordinaire.

Nous donnons (tableau II, § 5) les valeurs de α pour des valeurs de C égales à 1, 10, 100, 1 000.

5. Précision de la méthode. — Les erreurs commises peuvent provenir de trois causes :

1° erreur sur le contact du palpeur (pression non constante, poussières, etc.);

2° erreur de lecture de la position du palpeur;

3° si le sphéromètre-dièdre est à lecture directe, erreur sur la valeur de l'angle α . Cette erreur peut provenir de deux causes :

a) l'angle α n'a pas la valeur correcte;

b) l'angle α est mal défini, parce que les faces du dièdre ne sont pas exactement planes.

Nous supposons l'instrument réglé, c'est-à-dire le zéro de la division correspondant à la coïncidence de l'extrémité du palpeur avec l'arête du dièdre.

Nous admettons que, dans un instrument bien construit, les erreurs sur la mesure de la flèche e (erreurs 1^o et 2^o) ne dépassent pas 0,002 mm. On a alors :

$$d_1 R = C \times de.$$

L'erreur absolue sur le rayon est égale à C fois l'erreur absolue sur la flèche (voir tableau II), avec $de = 0,002$ mm.

Calculons maintenant l'erreur due à une variation de l'angle α . On a :

$$d_2 R = ed C = \frac{e}{2} \frac{\cos \frac{\alpha}{2}}{\left(1 - \sin \frac{\alpha}{2}\right)^2} d\alpha.$$

Multiplions haut et bas par $\sin \frac{\alpha}{2}$; on a :

$$d_2 R = \frac{e}{2} \frac{\sin \frac{\alpha}{2}}{1 - \sin \frac{\alpha}{2}} \times \frac{\cos \frac{\alpha}{2}}{\left(1 - \sin \frac{\alpha}{2}\right) \sin \frac{\alpha}{2}} = R \frac{\cotg \frac{\alpha}{2}}{1 - \sin \frac{\alpha}{2}} d\alpha$$

$$\frac{d_2 R}{R} = \frac{\cotg \frac{\alpha}{2}}{1 - \sin \frac{\alpha}{2}} d\alpha.$$

L'erreur relative due à une variation $d\alpha$ de l'angle du dièdre est la même pour tous les rayons mesurés sur un même dièdre.

Dans le tableau II, nous donnons les erreurs absolues et l'erreur relative $\frac{d_2 R}{R}$ pour $d\alpha = 1'$ et les rayons maximums mesurables sur un dièdre de 10 cm de largeur.

TABLEAU II

C	α	$d_1 R$ en millimètres	$\frac{d_2 R}{R}$	$\frac{d_2 R}{R}$ ($d\alpha = 1'$)	RAYON MAXIMUM en millimètres
I	60° 00' 00"	0,002	1,73 $d\alpha$	0,00052	58
10	130° 45' 38"	0,02	2,1 $d\alpha$	0,00063	120
100	163° 51' 41"	0,2	7,2 $d\alpha$	0,0022	360
1 000	174° 52' 39"	2	21,8 $d\alpha$	0,0066	1 100

On voit que, si la précision de $1'$ suffit pour $C = 1$ et $C = 10$, cette précision devra être portée à $30''$ pour $C = 100$ et à $10''$ pour $C = 1\,000$, si l'on veut que $\frac{d_2 R}{R} \leq \frac{1}{1\,000}$.

Ces valeurs ont été données simplement à titre d'indication. On peut se rendre compte néanmoins que, pour les petits rayons (au-dessous de 100 mm) qui sont très nombreux dans la pratique, le sphéromètre-dièdre est excellent, car il joint au grand avantage de la mesure directe une bonne précision pour les mesures d'outils ou de surfaces polies. De plus, une exactitude de $1'$ sur l'angle n'est pas difficile à obtenir.

Pour les grands rayons, les tolérances diminuent et rendent la réalisation de cet instrument plus difficile. Cependant il semble qu'il ne soit pas plus difficile à construire qu'un sphéromètre de précision, sur lequel il aura toujours l'avantage de la lecture directe, l'exactitude des mesures étant alors du même ordre de grandeur. De plus, un tel instrument aurait sur le sphéromètre l'avantage d'une beaucoup plus grande robustesse. L'usure des plans de contact en acier dur est beaucoup plus lente que celle de pointes ou de bagues, à bords tranchants.

6. Description d'un appareil d'essais. — Il ne nous a pas été possible de faire construire un tel instrument. Cependant, nous avons établi un premier modèle très simple, qui nous a servi à vérifier les propriétés du sphéromètre-dièdre, et dont voici la description (fig. 5).

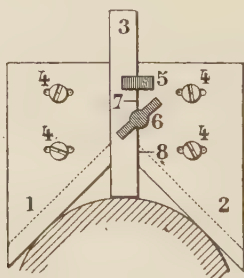


Fig. 5. — Sphéromètre dièdre (modèle d'essais).

1 et 2. Pièces formant les faces du dièdre, assemblées sur une pièce de méta len V, au moyen des vis et trous ovalisés 4. — 3. Palpeur. — 4. Vis et trous ovalisés. — 5. Barrette-ressort. — 6. Vis à oreilles. — 7 et 8. Traits de repère.

Une pièce en forme de V porte les pièces 1 et 2, qui peuvent recevoir un petit mouvement de translation et une très petite rotation, grâce aux vis 4, vissées dans la pièce en V, qui fixent 1 et 2 par des trous ovalisés. La barrette 3 glisse entre les pièces 1 et 2 et joue le rôle de palpeur. On obtient un mouvement sans jeu et suffisamment doux en réglant convenablement la pression de 1 et 2 sur la pièce 3, au moyen des vis 4. Un ressort 5 tient

la barrette appuyée sur la pièce en V, et une vis à oreilles 6 la bloque à la position voulue. Les pièces 1 et 2 ont été travaillées ensemble sur un plan d'opticien. Elles sont donc rigoureusement identiques. La barrette 3 a ses flancs bien parallèles par le même procédé, et le plan inférieur qui la termine est perpendiculaire à ses joues. Elle se déplace donc suivant la bissectrice du dièdre. L'angle est quelconque, voisin de 90° . Ne disposant pas d'outils sphériques de rayons connus avec certitude, et ne pouvant pas songer à faire exécuter des sphères de verre ayant la même dimension que les outils, nous avons opéré sur les cylindres limitant des disques de verre de différents diamètres obtenus par débordage au tour d'opticien, et dont le rayon avait été au préalable mesuré à $1/50$ de millimètre près au moyen d'un pied à coulisse. Les déplacements de la barrette sont mesurés de la façon suivante. On a tracé un trait 8 sur la pièce 2 fixe, et un trait 7 sur le palpeur. Le contact étant effectué sur le cylindre dont on veut mesurer le rayon, on porte le dièdre sur un comparateur, et on mesure à $0,01$ mm près la distance des deux traits, d'où l'on déduit les flèches. Le tableau III donne les résultats d'une série de mesures, dans laquelle nous nous sommes astreint à ne faire qu'un seul pointé par rayon.

La colonne I donne le rayon vrai (mesure au pied à coulisse).

La colonne II donne les positions du palpeur, rapportées à une origine arbitraire. Le rapport des différences des nombres de la colonne I avec 9,32 et de la colonne II avec 50,02 donnent Δr et Δe (formule 6) et, en se rapportant au rayon 9,32 comme origine, les valeurs de la constante C. Nous avons choisi la valeur moyenne de C comme valeur de la constante de l'instrument (colonne III) et nous en avons déduit le rayon mesuré (colonne IV). La colonne V donne la différence R vrai — R mesuré. Toutes les grandeurs sont exprimées en millimètres.

TABLEAU III

I	II	III	IV	V
R vrai	Position du palpeur	Constante	R mesuré	R vrai — R mesuré
9,32	50,02	C = 2,448	9,32	0 calibre
50,21	33,33		50,16	0,05 cylindre
32,63	40,53		32,54	0,09 —
59,27	29,64		59,20	0,07 —
31,92	40,80		31,89	0,03 —
15,69	47,42		15,69	0,00 calibre
60,55	29,06		60,65	0,10 cylindre
25,05	43,56		25,12	0,07 —
19,86	45,74		19,78	0,08 —

L'écart moyen est de 0,07 environ.

Les résultats ci-dessus sont intéressants, bien que n'atteignant pas une extrême précision, car il ne serait pas difficile de perfectionner l'appareil.

En effet :

1^o Les rayons des cylindres sont déterminés, avec un pied à coulisse de précision, au 1/50 de millimètre. D'où erreur possible de 0,02 mm.

2^o Étant donnée la construction sommaire de l'appareil (surface terminale plane du palpeur), il est très difficile d'obtenir le contact exact de ce palpeur sur une surface cylindrique, la moindre inclinaison de l'appareil sur une section droite du cylindre produisant une erreur appréciable sur la flèche. On remarquera que les mesures obtenues au moyen des deux calibres $R = 9,32$ et $R = 15,69$, dont les rayons avaient été déterminés optiquement à $\pm 0,002$ mm, sont tout à fait bonnes.

L'emploi du sphéromètre-dièdre, sous sa forme d'essai, est un peu délicat. Toutefois, il ne semble pas présenter de grosses difficultés pour des ouvriers habitués à manier le calibre de rayons.

7. Quelques perfectionnements désirables en vue de l'emploi pratique de cet appareil à lecture directe. — Pour rendre l'emploi d'un tel appareil tout à fait pratique, il serait utile d'avoir, non pas deux, mais trois plans de contact placés, par exemple, à 120° les uns des autres. Il suffirait alors de poser l'instrument sur l'outil, sans précaution spéciale. Le palpeur pourrait être constitué, soit par une vis ordinaire de sphéromètre, soit par un palpeur portant une règle divisée, que l'on pointerait avec un microscope à oculaire micrométrique. Si les angles avaient été réalisés de façon que l'instrument soit à lecture directe, le mode d'emploi de l'appareil à vis serait le même que celui d'un palmer ordinaire, et tout aussi rapide. En particulier, pour l'appareil $C = 1$, une vis au 1/100 de millimètre serait tout à fait suffisante.

DEUXIÈME PARTIE

MÉTHODES DE CONTACT — APPAREILS
SANS PALPEURS

CHAPITRE IV

CALIBRE DE RAYON

Il s'agit, dans ce chapitre, non d'une méthode de mesure, mais bien d'une méthode de contrôle universellement employée, que nous décrirons parce que sa précision, sa simplicité et sa commodité d'emploi en font le seul procédé vraiment pratique pour amener le rayon d'un outil à une valeur donnée.

8. Principe et précision de la méthode. — Le calibre de rayon est un disque, ou une portion de disque, ou une pièce concave limitée par un cercle, en général de verre ou de zinc, le rayon de la circonférence étant égal au



Fig. 6. — Calibres de rayons.

rayon à obtenir (fig. 6). Ce calibre, placé dans l'outil sphérique le long d'un grand cercle, doit toucher la sphère tout le long de son contour, si le rayon de la sphère est correct. Sinon, on observe un contact, soit au centre de l'outil, soit sur ses bords.

Supposons (fig. 7) le calibre appliqué contre un grand cercle de la sphère concave à mesurer O_1 , et de rayon plus petit (contact au milieu des surfaces). Exprimons l'épaisseur $L_1 L_2 = e$, comprise entre les deux sphères, comptée suivant la normale à L_1 . $L_1 L_2$ est sensiblement la plus courte distance entre les deux surfaces.

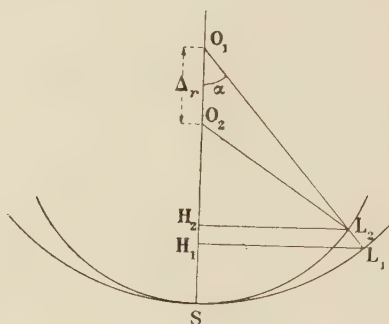


Fig. 7.

Soient r , le rayon du calibre;

Δr , la différence des rayons du calibre et de l'outil, supposée petite devant r ;

$\omega = \sin \alpha$, l'ouverture numérique de la surface à étudier, très voisine de celle correspondante du calibre.

On a :

$$\alpha = \widehat{SO_1 L_1}.$$

Nous admettons que l'on a (voir démonstration § 39) :

$$L_1 L_2 = \Delta e = (1 - \cos \alpha) \Delta r = (1 - \sqrt{1 - \omega^2}) \Delta r,$$

d'où :

$$\Delta r = \frac{\Delta e}{1 - \sqrt{1 - \omega^2}}.$$

Multiplions haut et bas par $1 + \sqrt{1 - \omega^2}$, on obtient :

$$\Delta r = \frac{\Delta e}{\omega^2} (1 + \sqrt{1 - \omega^2}).$$

Dans le cas où ω n'est pas trop grand, on a :

$$\Delta r_1 = \frac{2}{\omega^2} \Delta e.$$

Cette formule ne s'écarte pas de la formule complète de plus de $\frac{\Delta r}{10}$, tant que $\omega \leq 0,56$ ou $\Omega \leq 1,12$ ($\alpha \leq 35^\circ$).

Pour les fortes ouvertures, on emploiera la formule :

$$\Delta r_2 = \left(\frac{2}{\omega^2} - \frac{1}{2} \right) \Delta e,$$

valable, dans les mêmes conditions que la première, tant que $\omega \leq 0,89$ ou $\Omega \leq 1,78$ ($\alpha \leq 63^\circ$).

L'écart Δr entre la valeur du rayon à obtenir et le rayon de l'outil, produit par une erreur d'appréciation Δe du contact entre les surfaces, est indépendant du rayon, et ne dépend que de l'ouverture numérique (ou du rapport d'ouverture).

On aura donc, quel que soit le rayon, les valeurs du tableau IV.

Dans le cas où le calibre touche la surface aux bords, on n'observera plus l'intervalle en un point quelconque, mais bien au milieu, où cet intervalle est maximum. Dans ces conditions, si on appelle Δa l'intervalle en ce point, on a :

$$\Delta r = \frac{a \cos \alpha}{1 - \cos \alpha},$$

ou, en introduisant ω comme précédemment :

$$\Delta r = \frac{1 + \sqrt{1 - \omega^2} - \omega^2}{\omega^2} \Delta a,$$

ce qui donne :

$$\Delta r_1 = \frac{2}{\omega^2} \Delta a,$$

valable depuis $\omega = 0$ jusqu'à $\omega = 0,34$ ou $\Omega = \frac{1}{1,47}$ ($\alpha \leq 20^\circ$), ou :

$$\Delta r_2 = \left(\frac{2}{\omega^2} - \frac{3}{2} \right) \Delta a,$$

valable jusqu'à $\omega = 0,8$ ou $\Omega = 1,6$ ($\alpha \leq 55^\circ$).

TABLEAU IV

α	Ω	ω	CONTACT AU CENTRE			CONTACT AUX BORDS		
			Δr	Δr_1	Δr_2	Δr	Δr_1	Δr_2
70°	1,88	0,94	1,52 Δe		1,76 Δe	0,52 Δa		0,76 Δa
60°	1,74	0,87	2,0 Δe		2,16 Δe	1,00 Δa		1,16 Δa
50°	1,54	0,77	2,8 Δe		2,86 Δe	1,8 Δa		1,86 Δa
40°	1,28	0,64	4,3 Δe	4,8 Δe	4,3 Δe	3,3 Δa		3,3 Δa
30°	1,00	0,50	7,5 Δe	8,0 Δe	7,5 Δe	6,5 Δa	8,0 Δa	6,5 Δa
20°	0,68	0,34	16,6 Δe	17,1 Δe		15,6 Δa	17,1 Δa	
10°	0,34	0,17	65,7 Δe	65,6 Δe		64,7 Δa	65,6 Δa	
5°	0,17	0,087	263 Δe	263 Δe		262 Δa	263 Δa	

Le tableau ci-dessus nous fournit les valeurs de la précision avec laquelle un outil peut être amené au rayon voulu, si nous connaissons Δe ou Δa . En effet, il ne s'agit plus ici de mesurer un rayon, mais bien d'amener deux surfaces à avoir le même rayon. Ici l'erreur sur la détermination du cercle de base, qui limite la précision du sphéromètre dans le cas de mesures sur des surfaces de grande ouverture, n'intervient pas. C'est pourquoi la précision du calibre de rayon est bien supérieure.

Un bon ouvrier apprécie sans difficulté un intervalle de 0,002 mm. On voit donc que, lorsque le calibre de rayon est bien exécuté, il fournit, par exemple lorsque la surface a un rapport d'ouverture de 1 (cas toujours réalisé pour les outils de 0 à 100 mm de rayon, les plus nombreux), une précision absolue voisine de 0,01 mm, souvent bien supérieure à celle nécessaire en pratique.

Malheureusement, ce sont presque toujours les erreurs du rayon du calibre qui viennent limiter la précision.

9. Résultats pratiques de la méthode. — Deux cas pratiques sont à considérer :

1° Les rayons sont inférieurs à 100 mm. — Le calibre correspondant est alors toujours un disque, de verre ou de métal, obtenu sur le tour de l'opticien ou du mécanicien. Les rayons de tels disques peuvent être mesurés très facilement à 0,01 mm près, au moyen d'un pied à coulisse ou d'un palmer. Il n'est pas difficile de les amener à avoir le rayon voulu avec une précision de 0,01 mm.

En fait, on constate que les calibres exécutés sur des outils réglés par ce moyen s'écartent rarement, de leur valeur exacte, de plus que les valeurs indiquées dans le tableau IV. La mesure porte toujours sur la partie concave de l'outil.

2° Les rayons sont plus grands que 100 mm. — On emploie différents procédés, par exemple un compas à verge, bien monté, muni d'un outil découpant. L'exactitude du calibre est alors plus difficile à obtenir, et les résultats sont beaucoup moins réguliers. On ne dispose d'aucun contrôle pendant ce travail (le sphéromètre-dièdre pourrait convenir) et l'on est obligé de se fier à son appareil.

Il sera donc nécessaire de retoucher l'outil. Pour cela, on exécute une surface optique au moyen de cet outil.

Dans le travail en série, qui est le cas le plus général, les deux premières surfaces exécutées au moyen de l'outil sont celles du calibre interférentiel. Ce calibre, étant amené au rayon voulu (voir plus loin), servira directement à retoucher le rayon de l'outil, sans qu'il soit alors nécessaire de recourir au calibre de rayon. Pour le contrôle des outils au cours de la fabrication,

on emploiera en général le calibre de rayon, retouché dans l'outil amené à sa valeur exacte.

10. Réglage de précision du rayon d'un outil, au moyen d'un calibre interférentiel. — C'est en somme le même procédé que celui du calibre de rayon, mais exécuté avec une référence exacte, en éliminant toutes les erreurs provenant de la non-coïncidence du calibre de rayon avec un grand cercle. La non-identité du rayon de l'outil et du rayon du calibre est facilement observée par le vieux procédé, bien connu des ouvriers, qui consiste à souffler sur l'outil une légère buée, et à appliquer sur cette buée le calibre contre l'outil. L'eau interposée se rassemble aux endroits où le contact existe. La précision du contrôle ainsi obtenu est très grande. L'identité de rayon des deux surfaces est appréciée avec une précision qui équivaut à la présence de 2 ou 3 franges d'interférence entre deux surfaces de même rayon optiquement polies et mises au contact.

L'observation est plus facile et plus précise lorsque les surfaces se touchent au centre. En effet, elles roulent alors l'une sur l'autre, et l'eau d'interposition suit le même mouvement.

Il est facile de se rendre compte de l'extrême précision de ce procédé, en l'appliquant entre deux surfaces polies donnant 3 franges. On voit alors très bien les mouvements de la mince couche d'eau suivre exactement ceux des franges.

Le procédé du réglage d'un outil par le calibre interférentiel est le plus exact de tous. Sa précision dépasse de beaucoup la précision industrielle courante.

A notre avis, les procédés du calibre de rayon et du calibre interférentiel sont bien préférables à celui du sphéromètre. Si la construction des calibres demande un peu de temps, ils ont l'avantage de mettre entre les mains de l'ouvrier un outil de contrôle plus précis que le sphéromètre, dont il peut se servir instantanément et indéfiniment, sans risques de déréglage et sans aucun calcul.

Nous allons voir maintenant une méthode de mesure très simple, étudiée spécialement pour l'atelier, et qui peut conduire à un appareil de mesure en lecture directe.

CHAPITRE V

MÉTHODES DU DIÈDRE

A) DIÈDRE D'ATELIER A LECTURE DIRECTE, DE M. FABRY.

11. Principe de la méthode. — Soit (fig. 8) la sphère O, de rayon inconnu R, et deux plans tangents à cette sphère P_1 et P_2 , l'angle supplémentaire du dièdre fixe ainsi formé étant égal à β . Ces plans touchent la sphère aux points B et C. La figure représente la section de l'ensemble par le plan passant par O et perpendiculaire à l'arête A du dièdre $P_1 A P_2$.

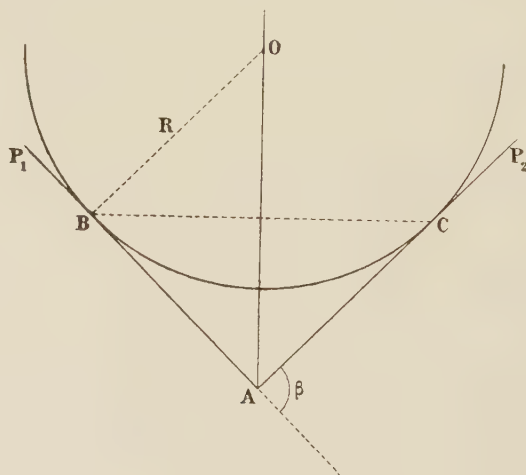


Fig. 8.

On a : $AB = AC$. Mesurons la distance de l'un des points de contact, B par exemple, à l'arête A. On a (triangle OAB) :

$$AB = x = R \operatorname{tg} \frac{\beta}{2}.$$

Nous verrons que, dans le modèle d'appareil sur lequel ont été effectués les essais, la distance AB est déterminée au moyen d'une graduation tracée directement sur la face du dièdre et perpendiculaire à son arête. Or l'origine de cette graduation ne coïncide pas avec l'arête A. On a donc :

$$x = AB + C^{\text{te}},$$

en posant :

$$a = - C^{\text{te}} \times \operatorname{tg} \frac{\beta}{2},$$

il vient :

$$R = a + x \operatorname{cotg} \frac{\beta}{2},$$

c'est-à-dire :

$$(7) \quad R = a + bx.$$

12. Précision de la méthode. — Nous supposons a et b connus avec une précision suffisante pour que l'on puisse négliger les erreurs correspondantes, ce qui est possible, étant donnée la précision des mesures au moyen de cet appareil.

L'erreur absolue sur R sera égale à l'erreur absolue sur x , multipliée par b .

L'erreur relative sur R sera égale à l'erreur relative sur x . Si l'on mesure x à 0,01 mm près, la précision du 1/1 000 en valeur relative sera atteinte à partir de $x = 10$ mm.

13. Détermination des constantes de l'appareil. — On ne peut déterminer directement que la constante b , par la mesure de l'angle du dièdre. Encore cette détermination n'est-elle correcte que si la division est perpendiculaire à l'arête du dièdre. Si l'axe de la division fait un angle θ avec la perpendiculaire à l'arête du dièdre, angle mesuré dans le plan de la face, la constante b n'est plus :

$$b = \operatorname{cotg} \frac{\beta}{2},$$

mais :

$$b = \operatorname{cotg} \frac{\beta}{2} \cos \theta.$$

Dans le cas du dièdre dont s'est servi M. Fabry pour vérifier sa méthode, on a déterminé par le calcul que $a = 3^{\circ} 24'$. Il en résulte sur b , en négligeant θ , une erreur de 1/460 en valeur relative, tout à fait inadmissible.

Or, pratiquement, l'arête du dièdre est fort mal matérialisée, et il est tout à fait impossible de mesurer, même grossièrement, l'angle θ .

Pour cette raison, M. Fabry a exécuté la détermination de a et de b au moyen d'une collection de rayons connus, méthode qui a l'avantage de tenir compte automatiquement de l'angle θ .

Il a ainsi trouvé, pour le dièdre qui a servi à ses essais :

$$R = 11,83 \text{ mm} + 13,074 x.$$

L'angle α mesuré directement était de $40^\circ 21' 52''$.

On remarquera qu'une erreur de 0,01 mm sur x produit sur R une erreur de 0,13 mm. Les rayons au-dessus de 130 mm seront mesurés avec une précision de 1/1000 en valeur relative.

Le tableau V, § 16, donne les résultats des mesures effectuées par M. Fabry. Les lectures étaient exécutées en estimant le 1/100 de millimètre sur une graduation en 0,1 mm. La moyenne des erreurs est de 0,09 mm, l'erreur maximum étant de 0,26 mm. Le résultat obtenu est excellent.

Remarquons que, pour le dièdre considéré, on a, pour une précision de 1/1 000 en valeur relative :

$$R \text{ max} = 470 \text{ mm}, \quad R \text{ min} = 130 \text{ mm};$$

pour une précision de 1/100 :

$$R \text{ max} = 470 \text{ mm}, \quad R \text{ min} = 25 \text{ mm}.$$

14. Construction d'un dièdre non gradué directement en rayons. — Le système des deux plans dont l'angle doit être connu avec une grande précision, et être mesuré une fois pour toutes, sera fait par construction aussi invariable que possible. Étant posé sur une sphère, il devra permettre de voir les points de contact avec cette sphère.

Pour ces raisons, M. Fabry a constitué cet ensemble d'un bloc de verre ayant la forme indiquée sur la figure 9. AB et AB' sont les faces du dièdre. La face supérieure CC' est plane, de sorte que les pointés faits à travers cette face donnent la distance x des points de contact en vraie grandeur.

Le bloc est construit pratiquement de la façon suivante : on taille un prisme de verre AA' B'B (fig. 9 b), d'angle $\frac{\alpha}{2}$, α étant le supplément de l'angle du dièdre que l'on veut obtenir. On partage ce prisme en deux parties égales suivant le plan A''B''D'' perpendiculaire à l'arête, et on colle ces deux parties au baume de Canada, sur une lame à faces parallèles L (fig. 9 c), de façon que les arêtes AA'' et AA' viennent au contact l'une de l'autre. On trace ensuite, sur l'une des faces, une division aussi perpendiculaire que possible à l'arête.

Les faces du prisme primitif, qui donneront les faces AB et AB' du bloc, doivent être travaillées d'une façon très exacte. La face libre de L doit être bonne. Les faces AC et AC' et la seconde face de la lame L, collées au baume, seront surfacées sans précautions particulières (1 à 2 franges).

Il est nécessaire, après le collage, de laisser reposer la pièce pendant 3 semaines, avant de mesurer l'angle, qui subit, pendant les premiers jours suivant cette opération, des variations pouvant dépasser la minute d'arc. Après ce repos, l'angle est pratiquement invariable, comme l'ont

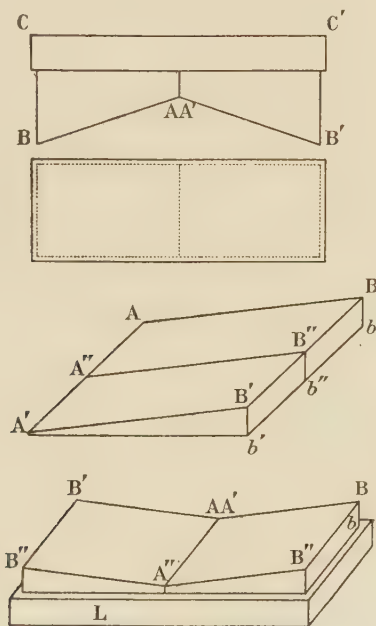


Fig. 9.

montré des mesures exécutées à l'Institut d'Optique à plusieurs mois d'intervalle. Ne jamais nettoyer les blocs avec un liquide, mais les frotter à sec avec un linge fin ou une peau de chamois.

15. Construction d'un dièdre à lecture directe. — La formule 7, § II, montre que l'on peut combiner facilement l'angle du prisme et l'équidistance des traits de la division, pour obtenir un dièdre qui soit véritablement à lecture directe. Voyons comment peut se construire correctement un tel appareil.

L'angle du dièdre est supposé réalisé avec assez de précision pour que l'on puisse employer une division en millimètres et dixièmes de millimètres. Nous voulons obtenir que :

1^o l'angle θ soit nul;

2^o l'origine de la graduation soit sur l'arête du prisme.

Il sera bon de modifier légèrement la construction du dièdre; en le

constituant par une simple lame à faces parallèles B sur laquelle est collé le prisme A. La graduation sera tracée sur B (fig. 10).



Fig. 10.

Pour réaliser la condition 1, on placera, sur le microscope de la machine à diviser, un objectif de distance frontale assez grande et d'ouverture assez petite, afin que l'on puisse voir nettement les anneaux de Newton produits en a et en b sur le dièdre placé sur le chariot, par contact d'une lentille ayant à peu près le rayon maximum mesurable sur le dièdre. En déplaçant le chariot de la machine de façon à amener le centre des anneaux en a et b dans le champ du microscope, on orientera la ligne ab parallèlement au déplacement du chariot.

Si $ab = 100$ mm environ, et si l'écart est de 0,1 mm, θ sera déterminé à 3' près, ce qui est plus que suffisant.

Pour réaliser la condition 2, le chariot de la machine étant embrayé sur la vis, on tracera un trait sur le verre et notera la division correspondante du chariot. Puis, toujours en agissant sur la vis, on pointera ce trait dans le microscope et notera la division correspondante du chariot. Soit l la longueur lue. Si l'on place alors une surface de rayon connu sur le dièdre, la position du centre des anneaux correspondants, pointée par le microscope, et augmentée ou diminuée de la longueur l , fournira la position du chariot correspondant à ce rayon. D'où il sera facile de déduire la position du tracelet correspondant à l'origine de la graduation.

16. Emploi pratique de la méthode. — La manière suivant laquelle on révélera les points de contact varie, suivant que la surface à mesurer n'est pas ou est polie.

Dans le cas d'un outil ou d'une surface doucie, on interpose entre les deux surfaces, au point de contact, un liquide très absorbant. On obtient alors une tache blanche, bien ronde et à bords dégradés, au point de contact (l'épaisseur de liquide en ce point est nulle). Le diamètre de la tache sera d'autant plus faible que le liquide est plus absorbant; le liquide doit également n'attaquer ni le verre, ni les outils de laiton ou de fonte, et pouvoir être enlevé facilement. C'est pourquoi l'encre de Chine épaisse convient à cet usage.

Dans le cas de surfaces polies, on matérialise les points de contact par le centre de la tache noire des anneaux de Newton formés autour de ce point.

Dans ces deux cas, deux modes d'observation ont été employés.

Le premier consiste à se placer devant une source de lumière large (fenêtre par exemple) et à poser simplement le dièdre, tenu à la main, sur l'outil ou la surface à mesurer.

En faisant rouler le dièdre sur la sphère, on amène le point de contact observé sur la division, que l'on lit au moyen d'une forte loupe tenue dans l'autre main.

Ce procédé convient quel que soit le mode d'appréciation des points de contact, encre de Chine ou anneaux de Newton.

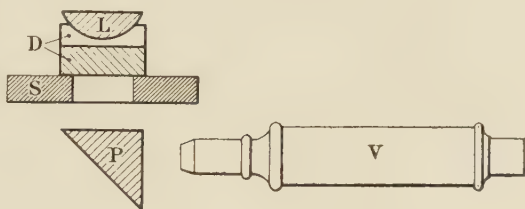


Fig. II.

L, Rayon à mesurer; D, Dièdre; S, Plateforme percée; P, Prisme à réflexion totale; V, Viseur.

Le mode d'observation employé par M. Fabry pour la détermination du tableau V était le suivant (fig. II) :

Le dièdre D est posé, faces du dièdre vers le haut, sur un plateau horizontal fixe S, muni d'une fente parallèle à la graduation et un peu plus longue. Un prisme à réflexion totale P renvoie la lumière dans le viseur horizontal V de grossissement $20 \times$ environ. On éclaire les surfaces au moyen d'une petite lampe de 4 volts tenue à la main.

La surface L dont on veut mesurer le rayon est posée sur le dièdre et déplacée à la main jusqu'à ce que l'un des points de contact soit sur la graduation.

Nous étudierons cette méthode au chapitre suivant, sous une forme un peu différente. Cette variante de la méthode précédente s'applique également à la mesure de rayons de surfaces polies ou non, mais nous l'avons tout spécialement mise au point pour le cas particulier des surfaces polies.

TABLEAU V

DIXIÈMES de millimètres x	MILLIMÈTRES R vrai	R calculé $= 13,074 x + 11,83 \text{ mm}$	R vrai — calculé
1,4	13,58	13,66	— 0,08
8,5	22,93	22,94	— 0,01
8,5	22,91	22,94	— 0,03
9,4	24,11	24,12	— 0,01
13,2	29,30	29,08	+ 0,22
13,4	29,28	29,35	— 0,07
18,7	36,23	36,28	— 0,05
24,3	43,44	43,60	— 0,16
24,3	43,73	43,60	+ 0,13
24,5	43,73	43,86	— 0,13
32,6	54,47	54,45	+ 0,02
35,8	58,92	58,63	— 0,11
35,8	58,49	58,63	— 0,14
39,4	63,33	63,34	— 0,01
40,3	64,54	64,52	+ 0,02
43,5	68,55	68,70	— 0,15
44,6	70,16	70,14	+ 0,02
46,8	73,11	73,02	+ 0,09
54,6	83,20	83,21	— 0,01
65,2	97,17	97,07	+ 0,10
69,2	102,52	102,30	+ 0,22
69,3	102,38	102,43	— 0,05
82,6	119,56	119,82	— 0,26
82,7	120,00	198,95	+ 0,03
87,0	125,77	125,57	+ 0,20
92,0	131,98	132,11	— 0,13
102,7	146,11	146,10	+ 0,01
172,5	237,15	237,36	— 0,21
221,1	300,85	300,90	— 0,05

B) DIÈDRES POUR MESURES DE PRÉCISION

17. Principe de la méthode. — Cette méthode a été décrite sommairement par George Burch (*Philosophical Magazine*, 43, p. 246, 1897). Elle a été appliquée par M. Fabry à la mesure précise des rayons de courbure.

Soit (fig. 12) la sphère O, de rayon inconnu R, et deux plans tangents à cette sphère, P_1 et P_2 , faisant entre eux un angle α fixe. Ces plans touchent la sphère aux points B et C. La figure représente la section de l'ensemble par le plan passant par O, et perpendiculaire à l'arête A du dièdre $P_1 P_2$.

Mesurons la distance, x , des deux points de contact B et C, et l'angle des deux plans. Un calcul simple (triangle rectangle BHO) donne le rayon R de la sphère O, en fonction de ces deux quantités.

On trouve :

$$(8) \quad R = \frac{x}{2 \cos \frac{\alpha}{2}}.$$

L'angle α étant fixe, posons :

$$(8 \text{ bis}) \quad \frac{1}{2 \cos \frac{\alpha}{2}} = C,$$

on a alors :

$$R = Cx.$$

L'angle α du dièdre étant mesuré une fois pour toutes, il suffit, pour calculer R inconnu, de multiplier par la quantité constante C la longueur

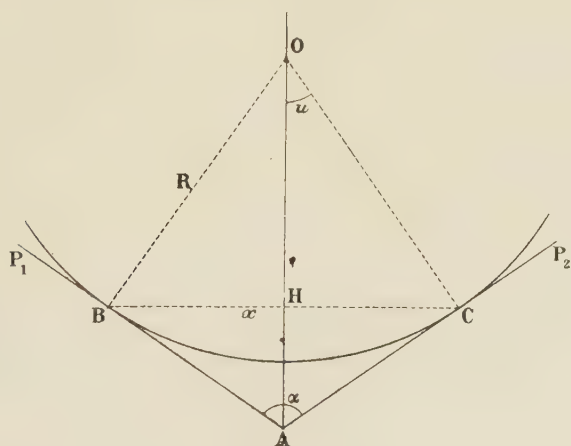


Fig. 12.

trouvée x . Nous donnons dans le tableau VI les valeurs de C correspondant à un certain nombre de valeurs de α .

Les points de contact seront matérialisés par le centre des anneaux de Newton formés entre la sphère à mesurer et ses plans tangents, en verre poli. Si la sphère n'est pas optiquement polie, on matérialise ces points de contact en interposant, entre la sphère et les plans, une goutte de liquide foncé, de l'encre de Chine par exemple, et l'on pointe les centres des taches blanches à bords dégradés ainsi formées.

18. Précision de la méthode. — Nous considérerons le cas de surfaces polies, c'est-à-dire que nous supposons les points de contact révélés par les anneaux de Newton.

TABLEAU VI

α	C	θ	K
120°	1,0000	23"	1,35
140°	1,4619	15"	0,81
160°	2,8794	7",4	0,38
165°	3,8306	5",4	0,28
170°	5,7369	3",6	0,18
172°	7,1678	2",8	0,14
174°	9,5536	2",1	0,11
176°	14,3268	1",4	0,071
177°	19,1008	1",1	0,056
178°	28,6493	0",7	0,036
179°	57,2967	0",36	0,018

L'erreur relative sur la mesure de R, déduite de la formule (8), est :

$$\frac{dR}{R} = \frac{dx}{x} + \frac{dC}{C} = \frac{dx}{x} + \frac{d \left(\cos \frac{\alpha}{2} \right)}{\cos \frac{\alpha}{2}} = \frac{dx}{x} + \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \frac{d\alpha}{2}.$$

Examinons ces deux termes.

L'erreur relative $\frac{dx}{x}$ peut être due à deux causes :

1° Le viseur ne vise pas exactement le centre des anneaux, mais bien un point qui en est distant d'une petite longueur ε . L'expérience montre que, dans des conditions courantes de précision (mesures rapides, moyenne de deux pointés), la quantité ε ne dépasse pas le 1/100 du diamètre de la tache pointée, à condition que cette tache n'occupe pas plus de la moitié du champ entier du viseur.

La formule (17), § 28, donne le diamètre des différents anneaux d'interférence vus entre une surface et un plan. La tache centrale correspond à $\frac{\lambda}{4}$, on aura donc, δ étant son diamètre :

$$\delta = 2x = \sqrt{R\lambda}.$$

L'erreur absolue sur la mesure de la distance des deux taches sera alors :

$$\frac{2\sqrt{R\lambda}}{100},$$

et l'erreur relative :

$$(9) \quad R_{\delta} = \frac{2\sqrt{R\lambda}}{100x} = \frac{C}{50} \sqrt{\frac{\lambda}{R}}.$$

2° Un point de la tache centrale étant visé, la position de ce point est fixée avec une certaine erreur ε (jeu de la vis de mesure, erreur de position du trait de la règle, défaut d'encadrement avec les fils du micromètre, etc.).

Nous pouvons admettre, sur un bon appareil courant, que l'erreur absolue correspondante ne dépassera pas 0,001 mm par pointé. L'erreur relative sera alors :

$$(10) \quad R_r = \frac{2 \times 0,001}{x} = \frac{0,002}{x}.$$

L'erreur $\frac{dx}{x}$ sera donc de la forme :

$$R_s + R_r = \frac{\sqrt{R\lambda + 0,1}}{50x} = \frac{C(\sqrt{R\lambda + 0,1})}{50R}.$$

Les valeurs de ces deux termes sont données séparément pour un certain nombre de valeurs de α , de x et de R , dans le tableau VII.

Examinons maintenant le terme en $d\alpha$, qui s'écrit :

$$\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \frac{d\alpha}{2}.$$

Pour fixer les idées, nous donnons dans le tableau VI, dans la colonne θ , pour un certain nombre d'angles α , les quantités (variation totale de l'angle α) qu'on ne devra pas dépasser pour que le terme $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \frac{d\alpha}{2}$ reste inférieur à 1/10 000.

On a :

$$(11) \quad d\alpha \leq \frac{2}{10\,000} \cotg \frac{\alpha}{2}.$$

On voit que, lorsque les angles α approchent de 180°, les tolérances sur la mesure de α deviennent très sévères. Pratiquement, les erreurs sur l'angle α proviendront de deux causes :

1° Erreur dans la mesure de l'angle α du dièdre.

On peut admettre qu'une bonne mesure, sur un grand goniomètre de bonne qualité, donne l'angle α à 2" près. Cette mesure est, du reste, exécutée une fois pour toutes, ou mieux contrôlée une fois par an.

Cette valeur étant fixée, nous pouvons calculer la valeur correspondante du terme $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \frac{d\alpha}{2} = R_6$ pour tous les angles α qui nous intéressent.

Les valeurs du terme R_6 sont données pour différents angles dans le tableau VII ci-après.

TABLEAU VII

α	RAYON en millimètres		R_0	R_k	δ	R_δ	R_r	R TOTAL
120°	$x = 100$	$R = 100$	0,09	0,15	0,24	0,48	0,2	0,92
	$x = 50$	$R = 50$		0,075	0,17	0,68	0,4	1,24
	$x = 10$	$R = 10$		0,015	0,08	1,60	2,0	3,70
140°	$x = 20$	$R = 29,2$	0,13	0,050	0,13	1,30	1	2,48
	$x = 100$	$R = 146$		0,25	0,29	0,58	0,2	1,16
	$x = 50$	$R = 73$		0,125	0,20	0,80	0,4	1,45
	$x = 10$	$R = 14,6$		0,025	0,10	2,00	2,0	4,15
160°	$x = 10$	$R = 28,8$	0,27	0,053	0,13	2,60	2,0	4,92
	$x = 20$	$R = 57,6$		0,106	0,18	1,80	1,0	3,18
	$x = 50$	$R = 144$		0,26	0,29	1,16	0,4	2,09
	$x = 100$	$R = 288$		0,53	0,41	0,82	0,2	1,82
165°	$x = 10$	$R = 38,3$	0,37	0,071	0,14	2,80	2,0	5,24
	$x = 20$	$R = 76,6$		0,142	0,21	2,10	1,0	3,61
	$x = 50$	$R = 191$		0,35	0,34	1,36	0,4	2,48
	$x = 100$	$R = 383$		0,71	0,48	0,96	0,2	2,24
170°	$x = 10$	$R = 57,4$	0,56	0,11	0,19	3,80	2,0	6,47
	$x = 20$	$R = 114,8$		0,22	0,26	2,60	1,0	4,38
	$x = 50$	$R = 287$		0,55	0,41	1,64	0,4	3,15
	$x = 100$	$R = 574$		1,1	0,58	1,16	0,2	3,02
172°	$x = 10$	$R = 71,7$	0,71	0,14	0,21	4,20	2,0	7,95
	$x = 20$	$R = 143,4$		0,28	0,29	2,90	1,0	4,89
	$x = 50$	$R = 358,3$		0,70	0,46	1,84	0,4	3,65
	$x = 100$	$R = 717$		1,4	0,66	1,32	0,2	3,63
174°	$x = 10$	$R = 95,5$	0,95	0,18	0,24	4,80	2,0	7,93
	$x = 20$	$R = 191,1$		0,36	0,34	3,40	1,0	5,71
	$x = 50$	$R = 477,6$		0,90	0,54	2,16	0,4	4,41
	$x = 100$	$R = 955$		1,8	0,76	1,52	0,2	4,47
176°	$x = 10$	$R = 143,2$	1,4	0,88	0,29	5,80	2,0	9,48
	$x = 20$	$R = 286,4$		0,56	0,41	4,10	1,0	7,06
	$x = 50$	$R = 716$		1,4	0,65	2,60	0,4	5,80
	$x = 100$	$R = 1433$		2,8	0,93	1,86	0,2	6,3
177°	$x = 10$	$R = 191$	1,8	0,36	0,34	6,80	2,0	10,96
	$x = 20$	$R = 382$		0,72	0,48	4,80	1,0	8,32
	$x = 50$	$R = 955$		1,8	0,77	3,08	0,4	7,08
	$x = 100$	$R = 1910$		3,6	1,07	2,14	0,2	7,7
178°	$x = 10$	$R = 286$	2,9	0,56	0,41	8,20	2,0	13,7
	$x = 20$	$R = 572$		1,12	0,58	5,80	1,0	8,32
	$x = 50$	$R = 1432$		2,8	0,93	3,72	0,4	9,82
	$x = 100$	$R = 2865$		5,6	1,31	2,62	0,2	11,3
179°	$x = 10$	$R = 573$	5,6	1,11	0,58	11,6	2,0	20,31
	$x = 20$	$R = 1146$		2,22	0,93	9,3	1,0	18,12
	$x = 50$	$R = 2865$		5,55	1,31	5,2	0,4	16,76
	$x = 100$	$R = 5730$		11,1	1,86	3,7	0,2	20,6

2° Si les faces du dièdre ne sont pas parfaitement planes, l'angle des plans tangents aux points de contact varie avec α . Nous allons évaluer quelle est l'erreur qu'on peut commettre de ce chef.

Je suppose que l'on puisse considérer les faces du dièdre comme étant des surfaces sphériques de rayon ρ et de centre C (fig. 13). Soit AB la section

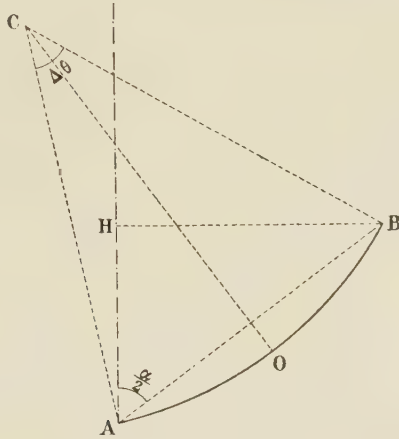


Fig. 13.

d'une face du dièdre par le plan perpendiculaire à l'arête et contenant le point de contact. Soit OC la perpendiculaire abaissée de C sur le milieu de A B. Posons $OA = OB = x_2$:

$$\frac{\Delta\theta}{2} = \widehat{OCB} = \widehat{OCA}.$$

Le nombre de franges vues entre la surface AOB et son plan tangent en O est donné par la formule (16), § 28 :

$$K = \frac{x_2^2}{\rho\lambda} = \frac{x_2}{\rho} \times \frac{x_2}{\lambda}.$$

Or, on a :

$$\frac{\Delta\theta}{2} = \frac{x_2}{\rho},$$

d'où :

$$K = \frac{\Delta\theta}{2} \times \frac{x_2}{\lambda}.$$

Or, dans le triangle BHA, on a :

$$BH = \frac{x_2}{2} = 2 x_2 \sin \frac{\alpha}{2},$$

d'où :

$$K = \frac{\Delta\theta}{8} \times \frac{x}{\lambda \sin \frac{\alpha}{2}}; \quad \Delta\theta = 8 K \lambda \frac{\sin \frac{\alpha}{2}}{x}.$$

$\Delta\theta$ représente la variation de α pour une face du dièdre seulement. En supposant les deux faces du dièdre identiques, on aura :

$$(12) \quad 2 \Delta\theta = \frac{16 K \lambda \sin \frac{\alpha}{2}}{x}.$$

Nous avons vu, tableau VI, quelles sont les variations $\Delta\theta$ de l'angle α qu'on ne peut pas dépasser, pour que le terme $\text{tg} \frac{\alpha}{2} \times \frac{d\alpha}{2}$ reste inférieur à 1/10 000.

En portant ces valeurs de la formule (11) dans (12) et en tirant K, nous aurons les valeurs de K telles que la variation d'angle due à la courbure des surfaces reste toujours suffisamment faible pour que l'erreur relative correspondante soit inférieure à 1/10 000.

Dans la colonne K du tableau VI, nous avons donné ces valeurs, en franges, qui montrent que les tolérances sur la planéité des faces sont très sévères.

Pour le calcul pratique des erreurs relatives, nous procéderons d'une façon différente. Il est possible d'obtenir à l'atelier, sans trop de difficulté, des surfaces régulières de la dimension des dièdres (soit 50×50 mm) avec une précision de 0,2 franges. Nous supposons donc les surfaces de nos dièdres régulières et sphériques à 0,2 franges, comptées pour la plus grande longueur du dièdre, c'est-à-dire $\frac{x}{2} = 50$ mm.

Pour chaque valeur de α , cette valeur $K = 0,2$ nous détermine une variation $\Delta\theta$ de l'angle α qui, introduite dans le terme en $d\alpha$ de la formule donnant l'erreur relative, § 18, nous donne la valeur correspondante de l'erreur relative.

Si nous considérons différentes valeurs de x , c'est-à-dire de R, nous supposons que la variation d'angle $d\alpha$ est proportionnelle à x . Ce sont les valeurs correspondantes R_k de l'erreur relative qui figurent dans le tableau tableau VII.

L'erreur relative totale est la somme des erreurs relatives partielles. Elle a été reportée, au tableau VII, dans la colonne R total.

Les nombres figurant sur le tableau VII ont été réunis sur le graphique (fig. 14) qui permet la résolution approximative de tous les problèmes relatifs à la mesure des rayons par la méthode du dièdre.

En abscisses, on a porté les rayons en millimètres; en ordonnées, les erreurs relatives en 1/10 000. Pour chaque angle, on a construit la courbe des erreurs relatives en fonction des rayons.

On a tracé également, de 10 en 10 mm, les courbes d'égal α .

Nous allons nous servir de cet abaque pour déterminer les angles d'une série de dièdres destinés à mesurer le plus grand nombre possible de rayons.

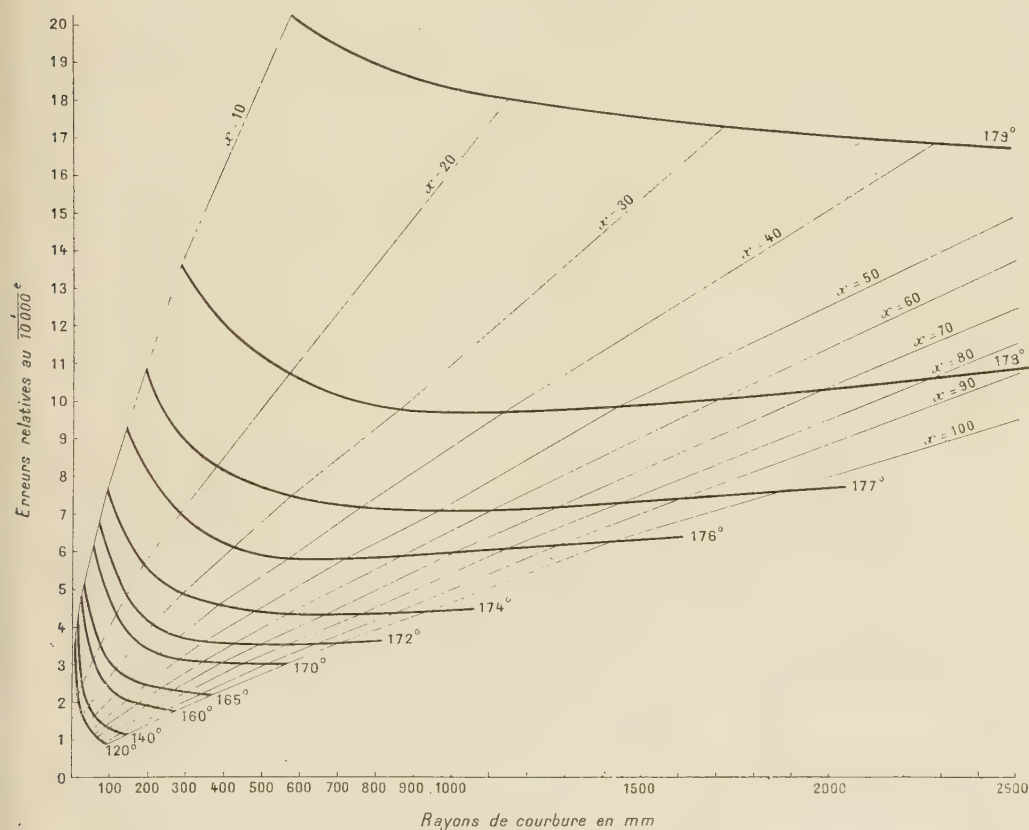


Fig. 14.

Les conditions de précision que nous avons adoptées pour construire cet abaque sont des conditions de précision industrielle. Dans la plupart des cas, il suffit à l'atelier de mesurer les rayons à 1/1 000 près en valeur relative. Fixons-nous cette précision.

Pour les plus petits rayons, nous prendrons le dièdre de $\alpha = 120^\circ$, et nous ne dépasserons pas $\alpha = 50$ mm, pour ne pas obtenir une pièce trop encombrante.

L'abaque nous donne $R_{\max} = 50$ mm, $\frac{dR}{R} = 1,3/10\,000$. Pour $\alpha = 10$,

$R = 10$, on a $\frac{dR}{R} = 3,7/10\ 000$. Les plus petits rayons que l'on peut avoir

à mesurer sont de l'ordre de 1 mm. Pour $x = 1$, $R = 1$, on a $\frac{dR}{R} = 4,1/1\ 000$.

Nous choisirons ensuite un angle voisin de 165° ; le dièdre correspondant mesure les rayons depuis $R = 38$ mm jusqu'à $R = 380$ mm. Nous avons donc une zone de recouvrement assez importante, ce qui a des avantages, comme nous le verrons plus loin.

Nous prendrons ensuite 176° et 178° . Si nous voulons aller plus loin, la précision tombe au-dessous de $1/1\ 000$. Si nous prenons le dièdre de 179° , nous aurons, dans toute son étendue, de $x = 10$ mm jusqu'à $x = 100$ mm, une précision du $1/500$.

Lorsqu'on opère avec soin, en prenant la moyenne de plusieurs pointés et en déterminant le plus exactement possible l'angle du dièdre, on obtient rarement des écarts en valeur relative dépassant le $1/3$ des écarts ci-dessus.

Il en résulte que, lorsqu'on opère soigneusement, on peut mesurer à $1/5\ 000$ près les rayons depuis 10 jusqu'à 1 500 mm environ; et à $1/1\ 500$ près de 600 à 5 600 mm.

19. Relation entre la constante du dièdre et l'ouverture numérique qui lui correspond. — Dans tout ce qui précède, nous avons implicitement supposé que l'ouverture numérique de la surface était suffisante pour que les points de contact se trouvent sur la surface. Si l'ouverture numérique de la surface est trop petite, la surface touche le dièdre suivant son contour de base et la mesure n'est plus possible.

Rappelons que l'on a, pour l'ouverture numérique ω (fig. 12) :

$$\omega = \frac{x}{2R} = \sin u.$$

Or on a :

$$\sin u = \cos \frac{\alpha}{2}.$$

Si dans la formule (8) :

$$(8) \quad R = \frac{x}{2 \cos \frac{\alpha}{2}},$$

on remplace $\cos \frac{\alpha}{2}$ par sa valeur, on a :

$$R = \frac{x}{2 \sin u} = \frac{x}{2\omega},$$

d'où :

$$C = \frac{1}{2\omega}.$$

Ω étant le rapport d'ouverture de la surface sphérique, on a :

$$2\omega = \Omega.$$

On trouve alors :

$$C = \frac{1}{\Omega}, \quad \Omega = \frac{1}{C}.$$

La constante C est donc l'inverse du rapport d'ouverture de la surface intéressée par le dièdre.

Pour mesurer une surface sur un dièdre donné, il est nécessaire que le rapport d'ouverture de cette surface soit supérieur à l'inverse $\frac{1}{C}$ de la constante du dièdre. Si cette condition n'est pas réalisée, il faut employer un dièdre de plus grand angle, mais alors la précision obtenue n'est plus aussi bonne.

Pratiquement, puisqu'on ne connaît pas la valeur du rayon à mesurer et par conséquent son ouverture, on essayera successivement plusieurs dièdres d'angles décroissants, jusqu'à ce que l'on ait trouvé des points de contact.

20. Construction des dièdres, réglages et manipulations. — Les dièdres sont construits exactement comme il a été indiqué § 14, moins la division en dixièmes de millimètres.

Ils sont fixés, faces du dièdre en dessous, sur un comparateur longitudinal ordinaire, la mesure des longueurs étant assurée par une règle divisée E et un microscope à oculaire micrométrique M , suivant le schéma de la figure 17 (voir les détails chapitre VIII A).

On pointe au moyen du viseur, en déplaçant le chariot C , chacun des centres de la tache noire des anneaux d'interférence, et on fait les lectures correspondantes sur la règle, au moyen du microscope micrométrique M .

L'appareil comprend les dispositifs d'éclairage convenables assurant la visibilité des anneaux.

Nous allons examiner les conditions nécessaires pour voir les anneaux et pour faire une mesure correcte de la distance x .

Pour voir les anneaux, il faut se rappeler que ces anneaux sont dus au phénomène d'interférences produit entre la surface plane du dièdre et la sphère.

Ces deux surfaces étant tangentes ont la même orientation au point de contact. Il faudra donc que les rayons issus d'une source de lumière soient, après réflexion au point de contact, renvoyés dans une direction parallèle à l'axe optique du viseur. On voit facilement que si la source S (fig. 15), une fois réglée, est rendue fixe par rapport au viseur, le rayon émergeant du dièdre C S' restera parallèle à l'axe du viseur, dans toutes les positions du chariot du comparateur.

Si, au contraire, on considère les rayons réfléchis sur la surface sphérique, ces rayons ne seront réfléchis parallèlement à l'axe du viseur qu'au point de contact, s'écarteront d'autant plus vite de cette direction, pour un déplacement donné du chariot, que le rayon sera plus court.

Cela nous fournit un moyen de trouver les anneaux de Newton sans tâtonner.

Je suppose que la source soit liée au viseur. On enlève l'oculaire du viseur et on regarde à l'intérieur de ce dernier, sur son objectif. On déplace la lampe (dans le plan perpendiculaire à l'arête du dièdre et passant par l'axe optique de l'objectif) jusqu'au moment où l'on voit, à l'intérieur du viseur, une petite image de cette lampe vue par réflexion sur le dièdre ou sur la surface sphérique.

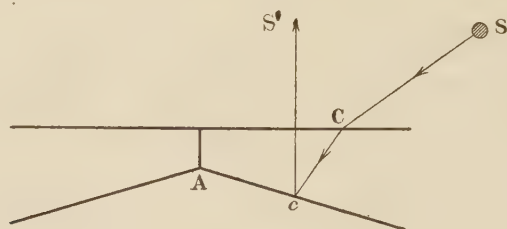


Fig. 15.

En général, c'est l'image par réflexion sur la face plane du dièdre que l'on aperçoit la première. Supposons qu'il en soit ainsi. Si nous faisons coulisser le chariot du comparateur, cette image reste fixe. Si le dièdre a été convenablement choisi, on voit, pour une certaine position du chariot, apparaître une autre image de la source, plus petite, qui est due à la réflexion sur la surface sphérique. On axe aussi bien que possible l'œil sur le viseur, et l'on met les centres des deux images en coïncidence (cette coïncidence est assez grossière, ces images étant dans des plans différents et ayant des dimensions différentes). Il suffit alors de replacer l'oculaire et de faire varier la mise au point du viseur pour voir les anneaux.

Quand l'angle α croît, la position correcte de la lampe se rapproche du viseur, pour venir à son contact, et il devient impossible de voir les anneaux. On emploie alors une lame plan-parallèle à 45° , placée sous le viseur, les horizontales de cette lame étant parallèles au déplacement du chariot. Il suffit de placer devant cette lame, à une distance convenable, une source large (lampe opale de 50 watts par exemple); on voit ainsi les deux systèmes d'anneaux sans déplacer la source.

Dans le cas d'un dièdre de petit angle α (fig. 16 a), le rayon issu de la source et passant par le bord supérieur du dièdre, SC c, est très sensiblement incliné sur la verticale, ce qui entraîne pour les mesures l'impossibilité

d'employer la portion cB du dièdre. Dans les dièdres dont nous nous servons à l'Institut d'Optique, nous avons remédié à cet inconvénient en polissant la face CB du dièdre. Cette solution a l'inconvénient d'obliger l'opérateur à changer la position de la lampe (à cause du changement de réfraction) quand le point de contact passe de la région Ac à la région cB . Il serait préférable de donner au dièdre la forme indiquée sur la figure 16 b, l'inclinaison de la face en question étant parallèle aux rayons éclairants. Par exemple, pour $\alpha = 120^\circ$, on aurait $\widehat{aCc} = 30^\circ$. Dans ce cas particulier, la dimension du dièdre serait doublée. Pour $\alpha = 160^\circ$, on aurait $\widehat{aCc} = 70^\circ$. Dans ce cas la dimension du dièdre serait augmentée de $1/19$ de sa longueur. Il

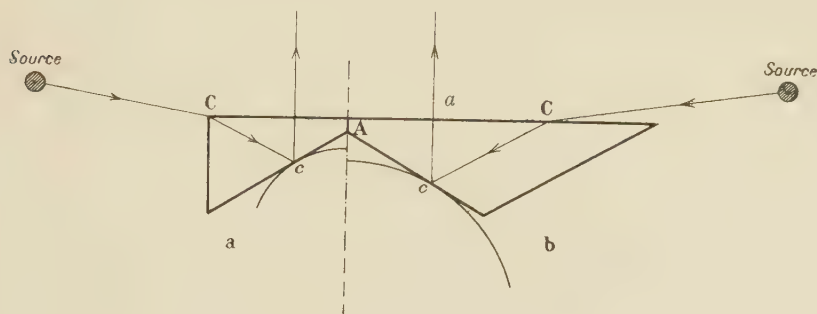


Fig. 16.

est donc inutile, pour cet angle et les angles plus grands, de changer la construction.

Pour que la distance x lue soit correcte, le dièdre doit être convenablement orienté. Il faut que la ligne des points de contact soit parallèle à la direction de déplacement du chariot C.

On réalise ce réglage de la façon suivante :

1° On amène la ligne des points de contact à être située dans le plan passant par l'axe du viseur, plan qui contient aussi la direction de déplacement du chariot C;

2° On amène la ligne des points de contact à être située dans le plan perpendiculaire à la direction commune des axes optiques de M et V. Cette ligne, étant à l'intersection de deux plans parallèles au déplacement, est elle-même parallèle au déplacement.

Le réglage 1° se fait en amenant les centres des deux systèmes d'anneaux à passer successivement par un même point du champ du viseur V, quand on déplace le chariot C. Le réglage 2° se fait en amenant successivement les deux systèmes d'anneaux à être exactement au point dans le viseur. Ce réglage est fondamental. On reconnaîtra qu'il est bien réalisé au fait que,

en déplaçant la lampe qui sert à l'éclairage, la tache centrale noire reste immobile pour les deux systèmes d'anneaux.

On pourrait être tenté, pour obtenir plus de précision, de pointer, non la tache centrale des anneaux, mais le premier anneau sombre. Ce procédé ne peut donner de bons résultats en général, car le centre du premier anneau ne coïncide pas avec le centre de la tache noire. De plus, la différence de marche étant différente de zéro pour cet anneau, son centre se déplace lorsqu'on déplace la source de lumière. Cependant, on pourra utiliser ce procédé quand l'ouverture Ω du dièdre sera inférieure à $1/6$.

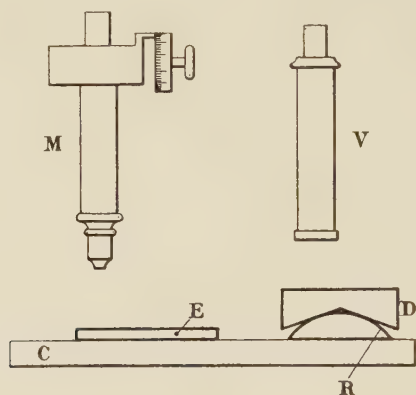


Fig. 17.

C, Chariot du comparateur, mobile longitudinalement; E, Règle divisée; M, Microscope à oculaire micrométrique; R, Surface à mesurer; D, Dièdre; V, Viseur.

Pour la même raison, on ne devra effectuer les mesures que sur une tache centrale noire. Toute mesure effectuée sur un centre d'anneaux de deux surfaces qui ne sont pas parfaitement au contact (centre blanc ou coloré) donnera lieu à des erreurs appréciables.

Nous décrirons au chapitre VIII l'appareil construit pour la mesure des rayons par la méthode des anneaux de Newton et par la méthode des dièdres. Nous fournirons à ce moment toutes les indications de détail.

CHAPITRE VI

MÉTHODES DES SPHÈRES TANGENTES

A) SPHÈRES TANGENTES POUR LES RAYONS CONCAVES

21. Principe de la méthode. — La méthode a été imaginée par M. Fabry; elle est applicable aux rayons concaves et convexes; le principe en est le suivant :

Deux portions de sphères, de rayons identiques r , sont accolées, comme il est indiqué sur la figure 18, de telle sorte que la distance de leurs centres soit égale à a . On pose sur cet ensemble une sphère S , de rayon inconnu R ; cette surface touche chacune des deux sphères de rayons r aux points A et B . On mesure la distance $AB = x$. Soient C le centre de la sphère S , O et O'

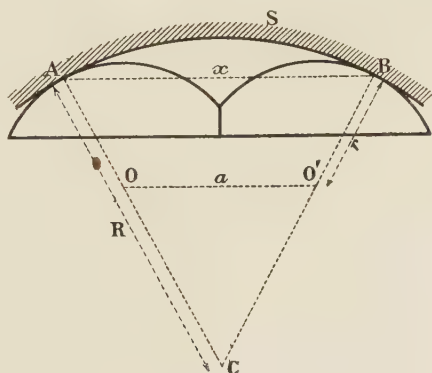


Fig. 18.

les centres des deux sphères de rayons r . De la similitude des deux triangles COO' et CAB , on déduit la formule suivante :

$$(13) \quad R = \frac{rx}{x - a}.$$

On déterminera une fois pour toutes, avec la plus grande précision possible, r et a . Pour chaque surface à étudier, on mesurera x et on en déduira R .

22. Détermination des constantes des blocs. — La détermination de a se fera en plaçant sur le système de sphères un plan étalon, et en mesurant très exactement la distance des points de contact. En opérant convenablement sur une règle étalonnée, on peut avoir assez facilement cette distance à $1\ \mu$ près, ce qui est largement suffisant.

La détermination de r se fera par la méthode du dièdre avec toute la précision possible.

En général, bien que les deux sphères aient été travaillées très soigneusement, leurs rayons ne seront pas exactement égaux; la formule donnée au début subit alors une légère modification. Nous ne donnons que le résultat des calculs, qui ne présentent pas d'ailleurs de difficultés.

Soient r_1 et r_2 les deux rayons trouvés, peu différents l'un de l'autre. Posons :

$$\frac{r_1 + r_2}{2} = \varrho, \quad \frac{r_1 - r_2}{2} = \varepsilon,$$

r_1 et r_2 étant très voisins, ε est une quantité très petite. On trouve pour le rayon R inconnu :

$$R = \frac{\varrho x^2 + x \sqrt{\varrho^2 a^2 + \varepsilon^2 (x^2 - a^2)}}{x^2 - a^2},$$

ε étant petit, cette expression peut s'écrire, en négligeant les termes en ε d'ordre supérieur au deuxième :

$$R = \frac{\varrho x}{x - a} - \frac{1}{2} \varepsilon^2 \frac{x}{a \varrho}.$$

Cherchons l'erreur commise en négligeant ε . Posons :

$$\eta = \frac{1}{2} \frac{x}{a} \frac{\varepsilon^2}{\varrho}.$$

Si l'on a : $\varrho = 100\ \text{mm}$, $\varepsilon = 0,1\ \text{mm}$, c'est-à-dire $(r_1 - r_2) = 0,2\ \text{mm}$, $\frac{x}{a} = 2$, on a :

$$\eta = 0,1\ \mu.$$

Le terme en η est négligeable. On aura le rayon cherché par la formule :

$$(14) \quad R = \frac{\varrho x}{x - a}.$$

23. Précision de la méthode. — L'erreur relative sur la mesure de R est :

$$\frac{dR}{R} = \frac{dx}{x} + \frac{dr}{r} + \frac{d(x - a)}{x - a}.$$

Considérons les termes $\frac{dx}{x} + \frac{d(x-a)}{x-a}$.

Nous pouvons répéter ici ce que nous avons dit à propos de la méthode du dièdre (§ 18).

L'erreur sur les mesures de longueur provient de la non-fixation exacte du centre de la tache noire des anneaux et de l'erreur de lecture sur la règle.

L'erreur absolue $d(x-a)$ est la somme des erreurs absolues sur x et sur a .

L'erreur absolue sur a se calcule exactement comme dans le cas de la méthode du dièdre. Remarquons cependant qu'il est possible, dans ce cas particulier, de produire les anneaux *en lumière exactement normale*, ce qui permet, en employant de la lumière monochromatique, de faire la mesure sur des anneaux éloignés du point de contact, et par conséquent d'obtenir de très bons pointés. En opérant soigneusement, on peut admettre que l'erreur absolue totale sur a ne dépassera pas 0,001 mm.

Pour le calcul de l'erreur absolue sur x , il faut faire intervenir le diamètre de la tache centrale des anneaux de Newton.

On emploiera alors la formule (voir § 28) :

$$\frac{1}{R} - \frac{1}{r} = \frac{K\lambda}{x^2} \quad \text{avec} \quad K = \frac{1}{4},$$

d'où :

$$\delta = 2x = \sqrt{\frac{Rr\lambda}{R-r}}.$$

L'erreur absolue sur la mesure des distances des deux taches sera alors :

$$\frac{1}{50} \sqrt{\frac{Rr\lambda}{R-r}}.$$

L'erreur de pointé sur la règle sera 0,002 mm et l'erreur relative $\frac{0,002}{x}$.

Donc :

$$\frac{dx}{x} = \frac{1}{50x} \left(\sqrt{\frac{Rr\lambda}{R-r}} + 0,1 \right)$$

et

$$\frac{d(x-a)}{x-a} = \frac{1}{50(x-a)} \left(\sqrt{\frac{Rr\lambda}{R-r}} \times 0,15 \right).$$

La mesure de r comporte une très grande précision, si elle est faite avec les méthodes appropriées. Nous pouvons dire que dans tous les cas $\frac{dr}{r}$ sera $\leq 1/10\,000$. Quant aux variations locales de r , dues aux imperfections de la surface, il est extrêmement délicat de les évaluer; il faut

remarquer cependant qu'il est plus facile d'obtenir une sphère très exacte qu'un plan.

Nous donnerons, dans le tableau VIII, § 24, en face des rayons maxima et minima que l'on peut mesurer sur chaque dièdre, les valeurs correspondantes de $\frac{dR}{R}$, compte non tenu de $\frac{dr}{r}$. Ces valeurs sont meilleures que les valeurs correspondantes pour la méthode du dièdre. Cependant, il sera sage de ne pas compter, en travail courant, sur une précision de beaucoup supérieure à celle de la méthode du dièdre, car il faut tenir compte des déformations possibles des surfaces sphériques, déformations que nous ne pouvons évaluer.

24. Établissement du projet d'une série de blocs. — Lorsqu'on veut déterminer les éléments d'une série de blocs de sphères, il y a intérêt, parmi toutes les valeurs possibles pour r et a , à ne pas choisir au hasard. Nous procéderons de la façon suivante. Nous affectons de l'indice 0 les quantités relatives au rayon maximum, de l'indice 1 les quantités relatives au rayon minimum mesurables sur le bloc.

Nous nous fixerons le rayon maximum que nous voulons mesurer par cette méthode, soit $R_0 = K_0$.

D'une façon analogue à la méthode du dièdre, nous nous fixerons un $x - a$ minimum. Cette valeur sera choisie pour donner une précision suffisante sur $x - a$, sans nous mettre dans l'obligation d'employer un nombre de blocs trop grand.

Nous nous fixerons ensuite les dimensions maxima du bloc, c'est-à-dire la quantité x_1 (correspondant au rayon minimum).

Nous aurons donc les cinq relations :

$$\begin{aligned} R_0 &= K_0, & R_0 &= \frac{rx_0}{x_0 - a}, \\ x_0 - a &= p, & R_1 &= \frac{rx_1}{x_1 - a}, \\ x_1 &= q, \end{aligned}$$

De ces cinq relations, nous tirerons la valeur de R_1 en fonction de a , et nous déterminerons la valeur de a par la condition que R_1 soit minimum, solution qui entraîne sur un bloc la mesure du plus grand nombre de rayons possible.

On trouve :

$$R_1 = \frac{pq K_0}{(q - a)(p - a)}.$$

Le numérateur de la dérivée de R_1 s'annule pour $2a = q - p$, et cette valeur correspond à un minimum.

On trouve alors :

$$a = \frac{q - p}{2}, \quad R_1 = \frac{4 K_0 p q}{(p + q)^2},$$

$$r = \frac{2 K_0 p}{p + q}, \quad x_0 = \frac{p + q}{2}.$$

Ce calcul ne convient que lorsque les rayons à mesurer sont suffisamment grands. Lorsque les rayons à mesurer décroissent, on ne peut pas garder une quantité x_1 fixe, car le rapport d'ouverture du plus petit rayon mesurable sur un bloc donné croît et devient bientôt prohibitif. On continuera le calcul en se fixant non plus x_1 , mais le rapport d'ouverture maximum $\frac{x_1}{R_1}$ du plus petit rayon que l'on veut mesurer sur le bloc.

TABLEAU VIII
Longueurs en millimètres.

	R_0	r	a	R_1	R_0	x_1	$\frac{d R_0}{R_0}$ en dix-millièmes	$\frac{d R_1}{R_1}$ en dix-millièmes
$x_0 - a = 10$	5 000	910	45	1 650	55	100	23	7
$n = 4$	1 650	300	45	545	55	100	14	4
$x_0 - a = 10$	545	147	27	255	37	63,8	6,3	2,4
$n = 3$	255	87,3	19,2	144,9	29,2	48,3	9,6	5,4
$x_0 - a = 10$	144,9	46,7	10,5	78,2	15,5	26,0	18	9,2
$n = 3$	78,2	27,9	9,0	45,9	14,0	23,0	16,1	7,8
$x_0 - a = 5$	45,9	15,2	10,1	23,3	15,1	25,3	13,5	6,0
$n = 2$								
$x_0 - a = 5$								
$n = 1$								
$x_0 - a = 5$								

On aura alors les relations :

$$R_0 = K_0,$$

$$x_0 - a = p,$$

$$\frac{x_1}{R_1} = \frac{1}{n},$$

$$R_0 = \frac{2 x_0}{x_0 - a},$$

$$R_1 = \frac{2 x_1}{x_1 - a}.$$

On opère comme précédemment. De ces relations, on tire R_1 en fonc-

tion de a , et on détermine a par la condition que R_1 soit minimum. On trouve ainsi :

$$a = \frac{-np + \sqrt{pn K_0}}{n},$$

et on en déduit les autres quantités.

Le tableau donne les valeurs de R_0 et R_1 , r_1 , a_1 , x_0 et x_1 pour une série de blocs, déterminés en partant de $R = 5\,000$ mm et en prenant le rayon minimum d'un bloc pour rayon maximum du bloc suivant.

Lorsque l'ouverture de la surface à mesurer est trop faible pour un bloc donné, cette surface doit être mesurée par rapport au bloc suivant, mais alors la précision obtenue est moindre.

Il est possible de mesurer des rayons inférieurs à 25,3 mm, mais alors il faudra de très nombreux blocs. Il y aura intérêt, pour les rayons situés au-dessous de cette limite, à prendre une autre méthode.

B) SPHÈRES TANGENTES POUR LES RAYONS CONVEXES

25. Principe et précision de la méthode. — La méthode des sphères tangentes est une excellente méthode de mesure des rayons convexes.

En effet, nous avons vu que, dans le cas de la méthode du dièdre, l'ouverture utile des surfaces que l'on peut mesurer sur le dièdre est constante, quel que soit le rayon. C'est là une circonstance défavorable, car, les grands rayons se présentant toujours avec de faibles rapports d'ouverture, ces rapports croissent constamment pour devenir très grands (souvent supérieurs à 1) quand les rayons sont de l'ordre de quelques centimètres et au-dessous. Il en résulte que les dièdres qui conviennent à la mesure des petits rayons ont une ouverture trop grande quand les rayons augmentent, ce qui oblige, lorsqu'on veut couvrir la gamme des rayons possibles, avec des rapports d'ouverture convenables, à établir un nombre assez grand de dièdres d'ouvertures différentes.

De plus, le diamètre de la tache centrale des anneaux de Newton atteint, pour les grands rayons, des dimensions assez fortes pour faire augmenter sensiblement l'erreur relative.

Ce dernier inconvénient est moins grand dans le cas de la méthode des sphères tangentes pour la mesure des rayons concaves. Mais alors nous avons vu qu'il est nécessaire, pour atteindre les petits rayons, de disposer d'un grand nombre de blocs, ce qui conduit à une dépense élevée. De plus l'ouverture nécessaire pour les surfaces est grande.

La méthode des sphères tangentes, employée pour les rayons convexes, a l'avantage de donner lieu à des ouvertures qui croissent quand décroît le rayon. Les surfaces au contact étant convexes, les anneaux de Newton

sont beaucoup plus fins que dans les méthodes précédentes. On a, en gardant les mêmes notations (voir fig 19) :

$$\frac{x}{a} = \frac{R}{R + r},$$

ou :

$$R = \frac{rx}{a - x}.$$

Le calcul d'erreur est identique au calcul relatif à la mesure des rayons concaves. Mais le diamètre de la tache centrale des anneaux de Newton est donné par :

$$\delta = \sqrt{\frac{R r \lambda}{R + r}}.$$

On aura donc, en négligeant la déformation des surfaces, les mêmes formules que précédemment, δ étant remplacé par sa nouvelle valeur, et $x - a$ par $a - x$.

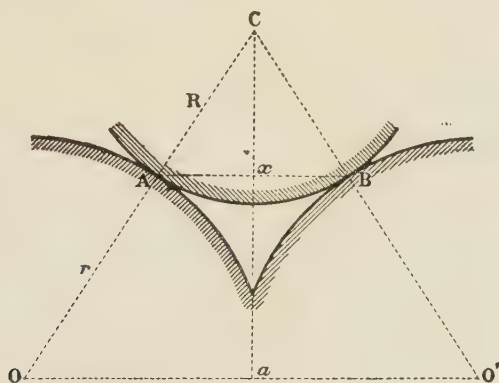


Fig. 19.

Prenons :

$$\begin{aligned} R_0 &= 5\,000 \text{ mm}, \\ a - x_0 &= 10 \text{ mm}, \\ a &= 100 \text{ mm}. \end{aligned}$$

on trouve $r = 555 \text{ mm}$ et le tableau IX donne les autres valeurs intéressantes (les erreurs relatives en dix-millièmes).

$$r = 555 \text{ mm}, \quad a = 100 \text{ mm}.$$

TABEAU IX

R_0	x_0	R_1	x	R_2	x_2	$\frac{d R_0}{R_0}$	$\frac{d R_1}{R_1}$	$\frac{d R_2}{R_1}$
5 000 mm	90 mm	62 mm	10 mm	5,6 mm	1 mm	15,4	13	32

Pour les rayons au-dessous de 50 mm, où $\frac{dr}{r}$ est tout à fait négligeable, le terme prépondérant est l'erreur de lecture sur la règle. En soignant cette mesure, on arrivera facilement à diviser par 2 ou 3 les erreurs correspondantes.

Nous voyons donc qu'un seul bloc nous permet de mesurer tous les rayons depuis 5 000 mm jusqu'à 5 mm avec une précision pratique satisfaisante. On peut donc constituer, au moyen d'un tel bloc, un appareil, rigide extrêmement simple et peu encombrant, susceptible de rendre de grands services dans l'industrie, où, pour la fabrication, la mesure d'une seule espèce de rayons, concaves ou convexes, est nécessaire.

26. Construction des blocs et manipulation pour les deux méthodes des sphères tangentes. — La construction des blocs de deux sphères est tout à fait analogue à celle des dièdres. On taille deux lentilles plan-convexes, de rayon r , aussi identiques que possible, et on prépare une lame à

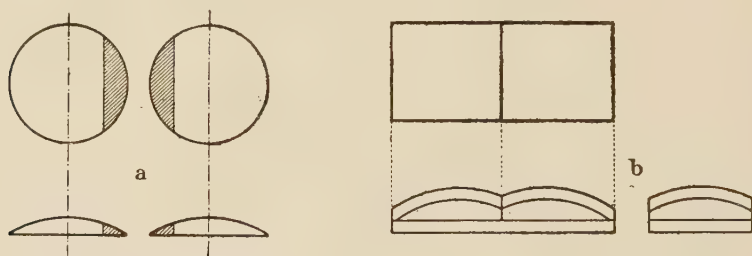


Fig. 20. — Construction d'un bloc de sphères pour rayons de surfaces concaves.

faces parallèles ayant le contour qu'on veut donner au bloc. On abat (fig. 20 a) les parties couvertes de hachures, et on rapproche les deux morceaux en les collant sur la lame à faces parallèles (fig. 20 b). On déborde ensuite les parties qui dépassent la lame de façon à donner à l'ensemble un contour rectangulaire, comme l'indique la figure 20 b.

Comme dans la fabrication des dièdres, les deux faces sphériques et la face opposée de la lame à faces parallèles seront taillées très soigneusement. Tout ce qui a été dit au sujet du réglage et de la manipulation des dièdres s'applique mot pour mot aux sphères tangentes.

La manière d'obtenir l'éclairage donnant une bonne visibilité des anneaux est un peu différente (fig. 20 bis).

Considérons le cas de la mesure des rayons convexes et reportons-nous à ce que nous avons expliqué au sujet des dièdres (§ 20). En raisonnant d'une façon analogue, nous voyons que chacune des petites images de la source données par les surfaces au contact est mobile lorsqu'on déplace le

chariot de l'appareil. Il suffira donc, lorsqu'on aura obtenu une de ces images, de déplacer le chariot et la lampe d'éclairage (cette dernière sera mobile dans le plan passant par l'axe optique du viseur et parallèle à la direction de déplacement du chariot) de façon que l'image de la lampe

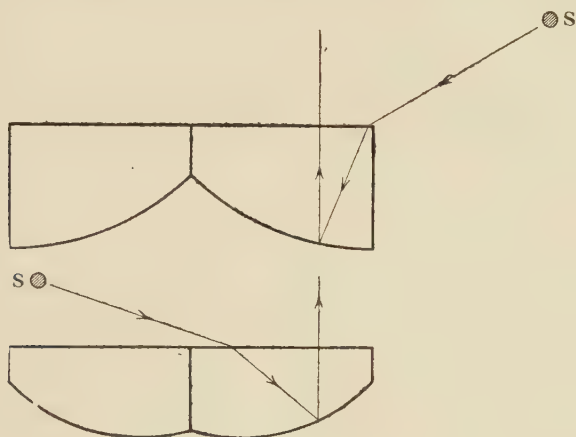


Fig. 20 bis.

ne sorte pas du champ, et cela jusqu'au moment où l'on verra apparaître la deuxième image. On mettra ensuite les deux images en coïncidence, comme d'ordinaire. Pour les grands rayons, il sera commode, comme précédemment, d'employer une glace à 45° et une source large.

Remarquons que la lampe d'éclairage doit être placée du côté opposé au milieu du bloc, dans le cas du rayon convexe, et du même côté que ce milieu dans le cas des rayons concaves.

CHAPITRE VII

MÉTHODES PAR INTERFÉRENCES

27. Introduction. — La méthode des anneaux de Newton, appliquée à la mesure des rayons sous sa forme classique, ne convient qu'à l'étude des surfaces dont les rapports d'ouverture sont suffisamment petits. Lorsque ces rapports d'ouverture sont grands, l'observation des anneaux dans les conditions habituelles n'est plus possible. Nous avons donc été amené à fixer un mode d'observation bien défini et à établir les formules correspondantes.

Dans le cas des petits rayons et principalement des calibres, qui ont en général de très fortes ouvertures, le mode d'observation ci-dessus n'est lui-même plus possible. Nous étudierons alors le système de franges obtenu en plaçant un point lumineux au centre de courbure commun des calibres, ce qui donne des rayons interférents très sensiblement normaux aux surfaces.

A) MÉTHODE DES ANNEAUX DE NEWTON

28. Principe de la méthode. — Le phénomène des anneaux de Newton est tout à fait classique et sa théorie élémentaire est bien connue. Nous nous bornerons à rappeler rapidement les formules qui servent au calcul des rayons de courbure.

Considérons (fig. 21) les deux sphères réfléchissantes S_1 et S_2 de centres O_1 et O_2 , de rayons peu différents r et R . Ces deux sphères ne sont pas au contact et l'on a :

$$S_1 S_2 = e,$$

e étant très petit devant R et r .

La sphère O_1 est une sphère de référence, dont le rayon r est connu exactement. Le rayon R est inconnu. Nous faisons tomber sur le système $S_1 S_2$, suivant la direction qui joint les centres des sphères, un faisceau monochromatique, de longueur d'onde λ . Considérons un rayon de ce faisceau

qui coupe les sphères aux points M_1 et M_2 , à une distance x de la ligne des centres. Nous supposons que la distance x est suffisamment petite devant le rayon à mesurer pour que les rayons interférents de retour aient sensiblement la même direction que les rayons incidents. Soient L_1 et L_2 les points où le rayon perce les plans tangents aux sphères en S_1 et S_2 . On a :

$$M_1 M_2 = M_1 L_1 + L_1 L_2 - M_2 L_2 = \frac{x^2}{2R} + e - \frac{x^2}{2r} = \frac{x^2}{2} \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{r} \right) + e.$$

Si nous considérons le faisceau de tous les rayons parallèles au rayon $M_1 M_2$, nous verrons sur la surface des anneaux (anneaux de Newton),

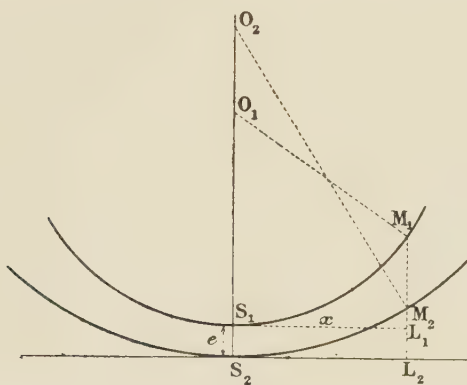


Fig. 21.

centrés sur l'axe $O_1 O_2 S_1 S_2$. On sait que la longueur $M_1 M_2$ augmente de $\frac{\lambda}{2}$ quand on passe d'un anneau au suivant. On aura donc :

$$M_1 M_2 = \frac{K \lambda}{2},$$

K désignant le nombre de franges (entier ou fractionnaire) comprises entre M_1 et M_p .

Nous poserons de même :

$$e = K_0 \frac{\lambda}{2},$$

K_0 désignant le nombre de franges, entier ou fractionnaire, comprises entre S_1 et S_2 .

Nous pourrions donc écrire :

$$\frac{x^2}{2} \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{r} \right) + \frac{K_0 \lambda}{2} = \frac{K \lambda}{2},$$

$$(14) \quad \frac{I}{R} = \frac{I}{r} + \frac{(K - K_0)\lambda}{x^2}.$$

La quantité $K - K_0$ est la différence entre les ordres d'interférence en $M_1 M_2$ et en $S_1 S_2$.

Elle représente donc le nombre de franges vues entre les surfaces, entre $S_1 S_2$ et $M_1 M_2$, nombre entier ou fractionnaire.

La détermination de R se ramènera donc à la mesure de x , rayon d'un certain anneau, et à la détermination de $K - K_0$.

Or, avec les restrictions que nous avons faites pour l'établissement de la formule, la quantité $K - K_0$ est indépendante de e . Autrement dit, la valeur absolue de K et K_0 n'a aucune importance, pourvu que la différence $K - K_0$ soit exacte.

On donnera à un anneau quelconque (centre de la bande noire, par exemple) un numéro d'ordre entier, ce qui détermine les numéros d'ordre de tous les anneaux vus entre les surfaces. Nous prendrons cet anneau comme anneau de référence et affecterons toutes les quantités qui s'y rapportent de l'indice p ; soit N_p son numéro d'ordre et p son rayon. Cet anneau sera choisi en général au voisinage du centre des anneaux (troisième anneau, par exemple).

La détermination de N_x , numéro d'ordre du centre noir de l'anneau de rayon x , est très simple. N_x est un nombre entier égal à N_p , augmenté ou diminué du nombre entier d'anneaux existants entre l'anneau de rayon x et l'anneau de référence de rayon p .

Il faut ensuite fixer la valeur du numéro d'ordre (entier ou fractionnaire) aux points $S_1 S_2$.

L'équation (14) peut s'écrire :

$$x^2 = a (N_x - N_0),$$

ou, pour l'anneau de référence :

$$(15) \quad p^2 = a (N_p - N_0).$$

Considérons maintenant deux anneaux voisins de l'anneau de référence, de rayons m et n . On a :

$$m^2 = a (N_m - N_0),$$

$$n^2 = a (N_n - N_0),$$

d'où :

$$a = \frac{m^2 - n^2}{N_m - N_n}.$$

Si les deux anneaux sont consécutifs, on a :

$$N_m - N_n = 1,$$

$$a = m^2 - n^2.$$

La relation (15) devient :

$$N_0 = N_p - \frac{p^2}{m^2 - n^2}.$$

La détermination de N_0 se ramène donc à la mesure du rayon de l'anneau de référence et des rayons de deux anneaux voisins. Plus simplement, on peut prendre pour rayon m ou n le rayon de l'anneau de référence lui-même. On pourra donc, pour déterminer N , ne mesurer les rayons que de deux anneaux consécutifs. On aura, par exemple :

$$N_0 = N_p - \frac{p^2}{n^2 - p^2}.$$

Il arrive que, lorsque deux surfaces se touchent au centre avec une certaine pression, les deux surfaces se déforment dans une petite région qui entoure le point de contact. Alors N_0 ne sera pas le numéro d'interférence vrai en $S_1 S_2$, mais bien le numéro d'interférence aux points $S_1 S_2$ pour une sphère sans déformation.

Les formules qui nous intéressent sont donc :

$$(16) \quad \frac{1}{R} = \frac{1}{r} + \frac{(N_x - N_0)\lambda}{x^2},$$

et, dans le cas où la surface de référence est un plan ($r = \infty$) :

$$(17) \quad \frac{1}{R} = \frac{(N_x - N_0)\lambda}{x^2}.$$

29. Discussion d'erreurs. — Nous poserons, pour la simplicité de l'écriture :

$$N_x - N_0 = K.$$

Nous venons de voir que la méthode nécessite des pointés sur un certain nombre d'anneaux sombres (les anneaux sombres sont plus faciles à pointer). Lorsqu'on cherche à mesurer le rayon d'un de ces anneaux, les erreurs commises peuvent être rapportées à deux causes :

1^o Le minimum d'interférence n'est pas représenté par un trait noir, mais par une bande estompée. Sur cette bande, on choisit un point qui correspond, non à la valeur entière de K , mais à une valeur $K + dK$.

2^o Ce point étant choisi, le comparateur fixe sa position avec une erreur dx .

Nous allons étudier l'influence de ces deux causes d'erreurs. La formule (16) donne par différentiation :

$$(18) \quad \frac{dR}{R} = \frac{\lambda R}{x^2} dK - 2 \frac{RK\lambda}{x^2} \frac{dx}{x},$$

ou, en remplaçant le signe $-$ par le signe $+$ et en remplaçant $\frac{RK\lambda}{x^2}$ par sa valeur tirée de (16) :

$$(19) \quad \frac{dR}{R} = \frac{\lambda R}{x^2} dK + 2 \left(1 - \frac{R}{r} \right) \frac{dx}{x}.$$

a) *Influence de l'erreur sur K.* — Supposons x connu exactement. Nous voyons que l'erreur relative sur R dépend de l'erreur absolue sur K , multipliée par le facteur $\frac{R}{x^2}$. Or l'erreur sur K peut être considérée comme constante. L'expérience montre qu'elle est, dans des conditions ordinaires de précision, de l'ordre de 0,01 frange, même pour des anneaux très larges (voir § 37).

Ceci posé, on voit que l'erreur relative sur R est proportionnelle à R et inversement proportionnelle à x^2 .

Il y aura toujours intérêt à choisir x aussi grand que possible, sans toutefois que l'observateur soit obligé de compter un trop grand nombre d'anneaux.

b) *Influence de l'erreur sur x .* — Nous supposons maintenant que K est connu exactement. Si la surface de référence est plane, on a :

$$\frac{dR}{R} = \frac{2 dx}{x}.$$

Avec un bon comparateur, il n'est pas difficile de mesurer $2x$ à 1 μ près. Il suffira, pour que le terme en $\frac{dx}{x}$ soit inférieur à 1/10 000, que l'on ait :

$$x > 10 \text{ mm.}$$

Si la surface de référence est sphérique, on a :

$$\frac{dR}{R} = 2 \left(1 - \frac{R}{r} \right) \frac{dx}{x}.$$

L'erreur relative sur R , due à une erreur sur x , est d'autant plus petite que les rayons R et r sont plus voisins.

L'erreur relative sur R est la somme des deux termes précédents. Nous verrons plus loin que, dans presque tous les cas, le terme en $\frac{dx}{x}$ est négligeable.

Nous allons examiner, en tenant compte de l'influence des erreurs sur K et x , les conditions nécessaires pour obtenir une bonne précision, dans les différents cas qui peuvent se présenter.

30. Conditions nécessaires pour obtenir une bonne précision. Surface de référence plane. — Reprenons la formule (17), on peut écrire :

$$(18) \quad \frac{dR}{R} = \frac{\lambda R}{x^2} dK + 2 \frac{dx}{x} = \frac{dK}{K} + 2 \frac{dx}{x}.$$

Nous admettons, comme il a été indiqué plus haut :

$$dK = 0,01, \quad dx = 1 \mu.$$

Si nous voulons que $\frac{dR}{R} \leq \frac{1}{5\,000}$, il faut que chacun des deux termes de la formule (18) soit inférieur à $1/10\,000$ ⁽¹⁾.

Pour que le terme en $\frac{dx}{x}$ reste $\leq 1/10\,000$, nous avons vu que l'on doit avoir :

$$x \geq 10 \text{ mm}, \quad K \geq 100.$$

Ces deux conditions fixent le rayon minimum qu'on peut mesurer à $1/5\,000$ près en valeur relative, par comparaison avec un plan. En portant ces valeurs dans la formule, on trouve pour ce rayon minimum :

$$R = 1\,670 \text{ mm}.$$

En gardant la même précision pour dx et mesurant K à $1/10$ frange près, on aura le rayon à $1/1\,000$ près.

Nous allons examiner maintenant deux cas qui se présentent en pratique.

a) *Cas des rayons moyens.* — Supposons le diamètre de la surface suffisant pour qu'on puisse utiliser 100 anneaux. La formule (18) montre qu'alors la précision s'améliore à mesure que R augmente (par suite de la diminution du terme en $\frac{dx}{x}$), sans pouvoir être meilleure que $1/10\,000$ ($dK = 1/100$), ou $1/1\,000$ ($dK = 1/10$).

TABLEAU X

R	$dK = 1/100$	$dK = 1/10$
100	5	15
500	3	12
1 000	1	10

Les nombres figurant dans les colonnes dK fournissent l'erreur relative, en $1/10\,000$.

(1) Pour le terme en dK , cela entraîne $K \geq 100$. On a intérêt, théoriquement, à prendre K aussi grand que possible, car il en résulte des valeurs moins sévères que $1/100$. En pratique, on ne dépassera jamais $K = 150$ à 200 , car la fatigue imposée à l'opérateur par une mesure minutieuse et de longue durée occasionnerait inmanquablement des erreurs dans la numération des franges.

b) *Cas des très grands rayons.* — Dans le cas d'une surface de très grand rayon, il se peut qu'on observe, sur toute l'étendue de la surface, un nombre d'anneaux inférieur à 100. Dans ce cas, la valeur de x est fixée; x ne peut dépasser le demi-diamètre de la surface. Alors il convient de prendre la formule sous la forme :

$$\frac{dR}{R} = \frac{\lambda R}{x^2} dK + 2 \frac{dx}{x}.$$

Le terme en $\frac{dx}{x}$ sera presque toujours négligeable, à moins de surfaces extrêmement petites. On a alors sensiblement (avec $dK = 1/100$) :

$$\frac{dR}{R} = \frac{1}{100} \times \frac{R}{x^2} \times \lambda,$$

ou :

$$dR = \frac{1}{100} \left(\frac{R}{x} \right)^2 \lambda.$$

En désignant par Ω le rapport d'ouverture de la surface, on pose :

$$\Omega = \frac{2x}{R},$$

ω étant l'ouverture numérique, $\omega = \frac{x}{R}$, on a :

$$dR = \left(\frac{1}{5\Omega} \right)^2 \lambda,$$

ou :

$$dR = \left(\frac{1}{10\omega} \right)^2 \lambda.$$

L'ouverture numérique ou le rapport d'ouverture fixent la précision *absolue* sur R . Par exemple une surface pour laquelle $\Omega = 1/100$ donne, quel que soit R :

$$dR = 400 \lambda = 240 \mu.$$

Si $dK = 1/10$, on aura $dR = 2,4$ mm.

31. Conditions nécessaires pour obtenir une bonne précision. — Surface de référence sphérique. — Nous venons de voir que, pour $K = 100$, et dans les conditions limites d'application pratique de la méthode, on ne peut pas mesurer par comparaison avec un plan et avec la précision désirée un rayon inférieur à 1700 mm environ.

Les rayons plus petits seront mesurés par comparaison avec une série de calibres de courbure, dont les rayons sont connus et échelonnés de telle manière qu'un rayon inconnu quelconque puisse être déterminé par comparaison avec un des calibres.

La surface concave servira pour la mesure des rayons convexes et vice-versa.

L'emploi d'une surface de référence sphérique est beaucoup plus avantageux que celui d'un plan de référence, ainsi que va le montrer l'étude de la formule d'erreur. On a :

$$\frac{dR}{R} = \frac{\lambda R}{x^2} dK + 2 \left(1 - \frac{R}{r} \right) \frac{dx}{x} = \left(1 - \frac{R}{r} \right) \left(\frac{dK}{K} + 2 \frac{dx}{x} \right).$$

Comme précédemment, cherchons les conditions pour que chaque terme reste inférieur à 1/10 000. Nous voyons immédiatement que, grâce au terme en $\left(1 - \frac{R}{r} \right)$, la précision nécessaire pour les mesures de K et de x diminue beaucoup quand on s'approche du rayon du calibre de référence. Cette propriété intéressante sera utilisée plus loin.

a) *Terme en dK .* — Posons :

$$\lambda = 0 \text{ mm, } 0006.$$

On doit avoir :

$$x^2 \geq 10\,000 \lambda R dK,$$

c'est-à-dire :

$$x^2 \geq 6 R dK.$$

Avec $dK = 1/100$, on a : $x \geq 0,24 \sqrt{R},$

$dK = 1/10$, $x \geq 0,77 \sqrt{R},$

$dK = 1$, $x \geq 2,4 \sqrt{R}.$

Pour fixer les idées, nous donnons ci-dessous quelques valeurs de x , pour différents rayons et pour les trois valeurs précédentes de dK .

TABLEAU XI

R	x ($dK = 1/100$)	x ($dK = 1/10$)	x ($dK = 1$)
2 000	11	34	110
1 000	7,6	24	76
500	5,4	17	54
200	3,4	11	34
100	2,4	7,7	24

b) *Terme en dx/x .* — En pratique, le facteur $\left(1 - \frac{R}{r} \right)$ sera toujours inférieur à 0,5. Par conséquent, dans tous les cas, une valeur de x supérieure à 5 mm entraînera la précision désirée.

Remarquons maintenant l'avantage considérable que nous avons par rapport à la méthode avec plan de référence. Nous pouvons, à condition de disposer d'un choix suffisant de calibres de référence, et c'est toujours le cas dans un atelier d'optique, nous arranger pour rendre, dans presque tous les cas, le terme en $\frac{dx}{x}$ petit. Il suffit, pour cela, de prendre une surface de référence ayant un rayon suffisamment voisin du rayon à étudier.

Nous pouvons, alors, nous permettre de mesurer x tout à fait grossièrement, avec un double décimètre, par exemple.

Examinons maintenant l'influence de l'ensemble de ces deux termes. En pratique, deux cas sont intéressants.

a) *Cas des ouvertures très faibles.* — Reportons-nous au tableau précédent, colonne $dK = 1/100$; nous y voyons que la précision énoncée est réalisable pour des surfaces dont les rapports d'ouverture Ω vont de $3,4/100$, pour $R = 2\,000$ mm, à $4,8/100$, pour $R = 100$ mm.

Ces ouvertures sont extrêmement faibles.

Nous voyons d'autre part que, pour tous les rayons plus grands que 500 mm, le terme en $\frac{dx}{x}$ est inférieur à $1/10\,000$, avec la condition toujours

réalisée, $1 - \frac{R}{r} < 0,5$.

Pour les rayons inférieurs, la surface de référence devra être choisie suffisamment voisine de la surface à mesurer pour que le terme considéré ait la valeur fixée.

Par exemple : pour $R = 100$ mm, on a $x = 2,4$ mm. Pour que $\left(1 - \frac{R}{r}\right) \frac{dx}{x} < 1/10\,000$, on trouve facilement $76\text{ mm} < r < 124\text{ mm}$ environ.

b) *Cas de deux rayons très voisins, pour ouvertures moyennes.* — La méthode en question n'a pas grand intérêt pour les surfaces de moyennes et grandes ouvertures, car d'autres méthodes peuvent donner plus simplement le résultat.

Il y a cependant un cas très important en pratique où cette méthode s'applique à des ouvertures assez grandes, d'une façon extrêmement simple. C'est le cas de surfaces de rayons très voisins. Ce cas se présente, en particulier, toutes les fois que l'on veut construire un calibre de rayon donné, ou lors d'un changement de fonte de verre peu important, ne nécessitant pas de changements de rayons considérables. Cela permet de ramener les calibres existants au rayon voulu par des mesures grossières et extrêmement rapides.

L'intérêt de ce procédé, qui ne nécessite que des ouvertures relatives assez faibles, consiste à évaluer le nombre de franges à 1 unité près. Pour que la précision sur le terme en dK soit respectée, les x doivent être supérieurs ou égaux aux nombres portés dans le tableau XII.

Dans le tableau ci-dessous, établi pour $\frac{dr}{R} = \frac{1}{1\,000}$, les ouvertures vont de $\frac{1}{20}$, pour $r = 2\,000$, à $\frac{1}{4}$ pour $r = 100$, cas extrême.

Ensuite, nous nous fixons $dx = 1$ mm. Cela entraîne une valeur de r très voisine de R ; cela a l'avantage de donner sur les surfaces un petit nombre de franges.

Dans le tableau suivant, nous allons donner, pour quelques valeurs de R , le nombre de franges maximum que l'on peut avoir entre R et r pour que les conditions de précision que nous avons énoncées soient respectées, en supposant $dK = 1$ et $dx = 1$ mm.

Nous voyons que, si l'on possédait une collection suffisamment riche de calibres bien connus, on pourrait déterminer leurs rayons, à condition que les ouvertures soient suffisantes, au moyen d'un double décimètre, en appréciant, à vue, sans mesure, les fractions de franges.

Voici le tableau fait pour $\frac{dR}{R} = \frac{1}{1\,000}$, chaque terme restant $< \frac{1}{2\,000}$.

TABLEAU XII

R	dR max.	x ($dx = 1$)	K ($dK = 1$)
2 000	25	49	25
1 000	8,7	34,6	17
500	3,1	24,5	12,4
200	0,77	15,4	7,7
100	0,27	10,9	5,4

On voit qu'à partir de $r = 200$ mm et au-dessus les conditions $dx = 1$, $dK = 1$ correspondent à une variation de rayon de $\frac{1}{200}$ en valeur relative.

Or, une telle précision correspond sensiblement à ce que l'on obtient sur un rayon exécuté à l'atelier sans mesures, par le seul moyen d'un calibre de rayon. Dans la plupart des cas, au moyen d'une seule retouche, il sera possible d'amener le rayon étudié au rayon voulu.

Lorsque le nombre de franges est inférieur par exemple de moitié à celui indiqué dans le dernier tableau, le terme en $\frac{dx}{x}$ peut être considéré

comme négligeable. Nous allons donner pour ce cas une formule analogue à celle que nous avons déjà vue. Cette formule est du reste valable toutes les fois que le terme en $\frac{dx}{x}$ est négligeable devant le terme en dK , quelle que soit l'ouverture de la surface.

Dans ce cas, la formule (16) se réduit à :

$$\frac{dR}{R} = \frac{R\lambda}{x^2} dK,$$

d'où :

$$dR = \frac{4\lambda}{\Omega^2} dK; \quad dR = \frac{\lambda}{\omega^2} dK.$$

Lorsque le terme en $\frac{dx}{x}$ est négligeable, l'ouverture numérique de la surface à étudier fixe la *précision absolue* sur R , quel que soit le rayon à mesurer, quelle que soit la surface de référence employée (plane ou sphérique, rayon quelconque).

Remarquons que cette formule convient au calcul de dR connaissant K , et de dK connaissant R , lorsque R et r sont peu différents. Elle est plus facile à manier que (16) et c'est cette formule que nous employons toujours à l'atelier.

c) *Cas de rayons quelconques plus petits que 1 700 mm.* — Nous venons de voir qu'on ne peut pas mesurer avec la précision désirée, en pointant 100 franges au maximum, par comparaison avec un plan, un rayon inférieur à 1 700 mm environ. Les rayons plus petits seront mesurés par comparaison avec une série de calibres sphériques, échelonnés de telle manière que tous les rayons à mesurer par cette méthode puissent être déterminés par comparaison avec un des calibres existants.

Les rayons de surfaces de référence seront déterminés de façon que chaque calibre permette de mesurer, avec une précision relative de $\frac{1}{5\,000}$, le plus petit rayon qu'on puisse mesurer avec la même précision par rapport au calibre qui le précède immédiatement. La formule (19) montre que, pour les rayons intermédiaires, la précision va en croissant lorsqu'on s'approche du rayon du calibre de référence, si x reste le même. Le nombre maximum de franges utilisées pour cette mesure est fixé à 100, avec $dK = 0,01$ frange et $dx = 0,001$ mm.

Deux problèmes se posent pour ce calcul.

1° On connaît le rayon maximum à mesurer, on veut déterminer le rayon du calibre de référence correspondant.

Le système des équations (16) et (18) donne la solution cherchée :

$$(16) \quad \frac{1}{R} = \frac{1}{r} - \frac{K\lambda}{x^2},$$

(le signe — parce que $R > r$)

$$(18) \quad \frac{dR}{R} = \frac{R\lambda}{x^2} dK + \frac{2RK\lambda}{x^2} \frac{dx}{x}.$$

Nous connaissons tout, sauf r et x . L'équation (18), qui ne contient pas r , donne x . Elle est du troisième degré; on la résoudra avec une précision largement suffisante par la méthode graphique. En portant dans (16) la valeur trouvée pour x , on aura r .

2° On connaît le rayon du calibre de référence, on veut déterminer le plus petit rayon qu'on puisse mesurer par comparaison avec ce calibre.

Nous utilisons de nouveau le système d'équations (16) et (18), à deux inconnues, $R_{\min.}$ et r . Dans (16) K a le signe +, car $R < r$. De (16) on tire :

$$(20) \quad R = \frac{rx^2}{x^2 + rK\lambda}.$$

En portant dans (18), on obtient une équation du troisième degré en x , qui fournit la valeur de x . Cette valeur portée dans (20) fournit R .

Les nombres que nous donnons ci-dessous ont été calculés en prenant :

$$\begin{aligned} K &= 100 \text{ franges,} & \lambda &= 0,0006 \text{ mm,} \\ dK &= 0,01 \text{ frange,} & dx &= 0,001 \text{ mm.} \end{aligned}$$

Les valeurs de R ou de r , suivant le cas, ont été prises comme nous l'avons expliqué plus haut, en arrondissant.

TABLEAU XIII

NUMÉRO du calibre	RAYON MAXIMUM mesuré sur le calibre en millimètres		RAYON DU CALIBRE en millimètres	RAYON MINIMUM mesuré sur le calibre en millimètres	
	R	x_1^1		R	x
1	1 700	12	1 000	460	7,2
2	460	7,2	300	180	5,1

Nous ne poussons pas plus loin ce calcul, car d'autres méthodes peuvent donner beaucoup plus commodément la mesure des rayons moyens.

Remarquons que le nombre de rayons que l'on peut mesurer est plus grand lorsque $r > R$. Cela tient à ce que, dans la formule (19), le terme en dK décroît constamment avec R , tandis que le terme en $\frac{dx}{x}$, dans les

mêmes conditions, décroît, devient nul quand $R = r$, puis croît de nouveau. Il y a avantage à prendre un calibre de rayon plus grand que les rayons inconnus.

Si les surfaces qu'on étudie ont une ouverture extrêmement faible, il peut arriver que, lorsque R est très voisin de r , on n'aperçoive qu'une frange sur la surface qu'on mesure, et que néanmoins les deux rayons diffèrent de plus de $\frac{1}{5\,000}$ en valeur relative. La mesure ne sera alors plus possible, parce qu'on ne peut évaluer K avec une précision suffisante. Si l'on prévoit des mesures au voisinage immédiat de r , sur des surfaces de très petite ouverture, il sera bon de doubler la surface de référence d'une surface un peu différente.

32. Modification de la formule des anneaux de Newton pour le cas d'ouvertures moyennes et grandes. — Dans la formule des anneaux de Newton, telle que nous l'avons établie dans le cas d'un calibre de référence sphérique, nous avons supposé que x était suffisamment petit devant R pour que l'on puisse considérer les rayons interférents comme normaux aux surfaces. Dès que x n'est plus petit devant R , cette hypothèse n'est plus

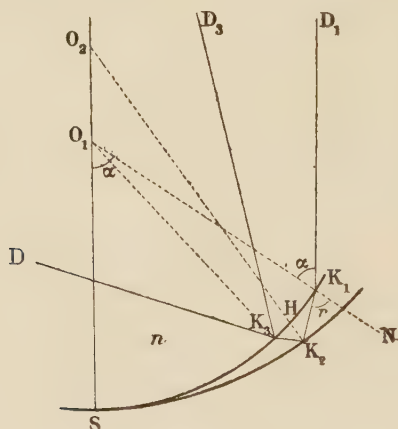


Fig. 22.

légitime. Un rayon lumineux (fig. 22) tombant suivant une direction parallèle à la droite qui joint les centres des deux sphères n'entrera pas dans le viseur, mais sera réfléchi suivant la direction D , symétriquement par rapport à la normale en K_1 ou K_3 .

Si donc on veut voir les anneaux, il sera nécessaire de faire venir la lumière de la direction D , dans le sens inverse de la flèche. La différence de marche des deux rayons ne représente plus la double distance des surfaces,

mais dépend de l'angle de la normale au point considéré avec le rayon parallèle à la ligne des centres.

Voici comment nous établirons la formule correspondante. Posons $\Delta r = r - R$. Cette formule est valable quelle que soit l'ouverture de la surface, mais suppose que Δr est petit devant R . Cette hypothèse est du reste automatiquement réalisée, dans la pratique, puisque nous ne dépassons pas un nombre $K = 100$.

Cette formule suppose également que la distance a des deux surfaces, au point de contact, est négligeable devant Δr . Sinon la formule en question ne fournit pas la valeur de Δr , mais celle de $\Delta r - a$.

Nous supposons que le calibre de référence est une lentille plan convexe ou plan concave, placée sur la surface à étudier, les pointés se faisant à travers la face plane.

Soit n l'indice du verre dont est formé le calibre de référence, λ , K , R , x ayant la signification habituelle.

Soit $H K_2 = \varepsilon$ la plus courte distance entre les surfaces qui, dans les conditions où nous nous sommes placé, est identique à la distance comptée suivant la normale en K_2 . On a :

$$\varepsilon = (1 - \cos \alpha) \Delta r,$$

α désignant l'angle au centre correspondant (voir § 39 la démonstration qui s'y rapporte).

Nous pouvons assimiler la portion des sphères K_1 , K_3 , K_2 à un petit élément d'une lame à faces parallèles d'épaisseur ε . On sait que l'on a, dans ce cas :

$$\varepsilon \cos r = \frac{K \lambda}{2},$$

r désignant l'angle de réfraction à l'intérieur de la lame $\widehat{K_2 K_1 N} = r$.

Or on a :

$$\begin{aligned} \sin r &= n \sin \alpha, \\ \cos r &= \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}. \end{aligned}$$

De plus

$$\sin \alpha = \frac{x}{R},$$

d'où :

$$\left(1 - \sqrt{1 - \frac{x^2}{R^2}}\right) \sqrt{1 - \frac{n^2 x^2}{R^2}} \Delta r = \frac{K \lambda}{2},$$

et

$$\begin{aligned} \Delta r &= \frac{K \lambda}{2} \frac{1}{\left(1 - \sqrt{1 - \frac{x^2}{R^2}}\right) \sqrt{1 - \frac{n^2 x^2}{R^2}}} \\ &= \frac{K \lambda}{2} \frac{1}{\left(1 - \sqrt{1 - \frac{\Omega^2}{4}}\right) \sqrt{1 - \frac{n^2 \Omega^2}{4}}}. \end{aligned}$$

Cette formule est intéressante, car elle montre que, pour une même ouverture, Δr est le même quel que soit le rayon, à égalité du nombre de franges.

33. Comparaison des formules § 28 et § 32. — Dans le tableau XIV, nous comparons cette dernière formule à la formule approchée.

Cette formule approchée :

$$\frac{1}{R} - \frac{1}{r} = \frac{K\lambda}{x^2}$$

peut s'écrire :

$$\frac{\Delta r}{R^2} = \frac{K\lambda}{x^2},$$

ou :

$$\Delta r = 4 \frac{K\lambda}{\Omega^2} = \frac{K\lambda}{\omega^2}.$$

C'est sous cette forme qu'elle nous a servi au calcul.

Nous donnons, en fonction de Ω , le nombre de franges correspondant à $\Delta r = 0,1$ mm, $n = 1,50$ et $n = 1,52$, $\lambda = 0,0006$, calculé par les deux formules. Ces deux valeurs étant proportionnelles à Δr , une simple multiplication donnera les valeurs de K pour Δr quelconque.

TABLEAU XIV

Ω 1,333	K (formule approchée)	K (formule complète) $n = 1,50$ $\Omega \geq 1,333$ réflexion totale	K (formule complète) $n = 1,52$ $\Omega \geq 1,313$ réflexion totale
1,2	60	29,2	27,3
0,9		26,3	
0,8	26,8	22,4	
0,6	15,1	13,8	13,65
0,5	10,5	9,9	
0,4	6,7	6,45	6,39
0,2	1,66	1,65	1,645

On voit que, dans tous les cas, la formule approchée est valable lorsque l'ouverture de la surface est inférieure à 0,2. Cela correspond à $x = 10$ mm pour $R = 100$ mm et $x = 0,1$ mm pour $R = 1$ mm. Cette tolérance est large.

On voit au contraire que, lorsque x n'est pas petit devant R , la formule approchée ne convient plus du tout et que, à ce moment, la connaissance de l'indice du calibre de référence est nécessaire. Il suffit du reste de connaître cet indice à $\pm 0,001$, ce qui est très facile.

De cet examen, on peut conclure que la formule approchée sera valable dans presque tous les cas de la pratique pour la mesure des rayons supérieurs à 100 mm.

Bien remarquer que lorsque les surfaces se touchent aux bords, on obtient $\Delta r - a$ et non Δr . Si a n'est pas négligeable devant Δr , il sera nécessaire de l'évaluer en comptant, en lumière monochromatique, le nombre de franges qui se trouvent entre les bords et le centre du calibre. Pour le calcul du nombre K , on procède exactement comme il a été indiqué pour les anneaux de Newton.

Nous traiterons à part, à la fin du chapitre, la question très importante de l'examen des franges à l'atelier, lorsqu'on effectue la mesure avec un double décimètre, à ± 1 mm près et qu'on apprécie à vue le numéro des franges.

34. Principe du dispositif expérimental. — Les dispositifs d'observation des franges de lame mince sont bien connus. Nous allons donc décrire très rapidement le montage utilisé.

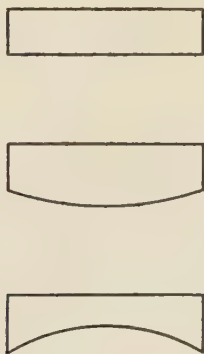


Fig. 23.

Le plan et les calibres sphériques de référence ont une face plane opposée à la face type (fig. 23). Ils sont posés directement sur la surface à étudier, et les pointés sont faits à travers la face plane du calibre, les anneaux étant vus ainsi en vraie grandeur à travers cette face.

On pose l'ensemble du calibre et de la surface à étudier E sur une plateforme P qui peut se déplacer longitudinalement et dont un dispositif convenable permet de mesurer les déplacements (fig. 24).

Une lame à 45° G est liée invariablement à un microscope M fixe. La lame à 45° sert à faire tomber sur les surfaces un faisceau suffisamment parallèle de lumière monochromatique, issu d'une source S . Le microscope ou viseur M pointe les anneaux à travers la lame G , l'ensemble des deux sur-

faces ayant été réglé de façon que le microscope vise sur le diamètre des anneaux parallèle à la direction du déplacement de la plateforme P. Il porte dans son plan image deux fils parallèles, dont l'orientation est perpendiculaire à la direction du déplacement précédent. On pourra, en déplaçant le chariot P, amener les deux extrémités d'un même anneau entre les fils parallèles et par conséquent mesurer son diamètre.

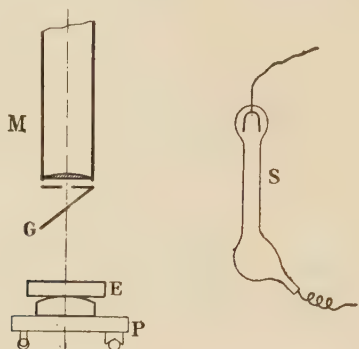


Fig. 24. — Le déplacement du chariot est perpendiculaire au plan de la figure.

Lorsque les franges sont trop larges pour être encadrées par le fil, on place l'ensemble des deux fils symétriquement par rapport au centre de la frange.

La mesure des longueurs est exécutée par un microscope micrométrique pointant une règle posée sur le chariot P (voir chap. VIII).

Il peut être pratique, dans certains cas, d'adopter une disposition inverse de la précédente, schématisée sur la figure 25. Le calibre est placé la face de référence en dessus, la surface à étudier posée sur cette face.

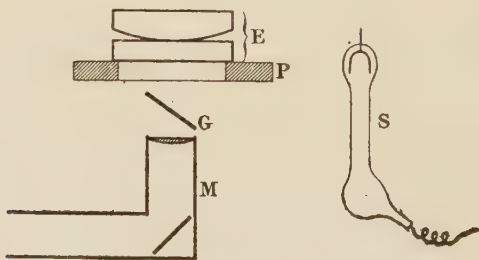


Fig. 25.

L'éclairage et les pointés se font alors par dessous, le microscope étant coudé une ou deux fois à angle droit pour la commodité des observations.

35. Conditions de netteté des franges. Largeur à donner à la source.

— Nous avons vu que, dans certains cas, nous pouvons être amenés à mesurer l'ordre d'interférence à $\frac{1}{100}$ de frange près. Pour qu'une telle précision puisse avoir un sens, il faut que les variations de l'ordre d'interférence dues aux variations d'inclinaison des rayons par rapport à la perpendiculaire à la surface plane de référence ou au plan tangent commun, dans le cas d'une surface de référence sphérique, restent inférieures à la limite que nous avons fixée.

De telles variations d'inclinaison peuvent agir de deux manières :

1^o Déplacement des franges par la variation d'inclinaison d'un faisceau bien défini;

2^o Élargissement des franges, qui se traduit par une diminution du contraste, si le faisceau contient des rayons venant d'un grand nombre de directions différentes.

Examinons tout d'abord quelles tolérances nous pouvons nous permettre sur l'inclinaison des rayons. J'envisage deux cas, celui où les surfaces se touchent au centre, les distances entre les surfaces, dans les parties qui nous intéressent, restant toujours très faibles, inférieures à 0,03 mm pour $\lambda = 0,0006$ mm, $K = 100$ franges; et le cas où les surfaces se touchent aux bords.

A) *Surfaces se touchant au centre.* — Nous calculerons la variation d'inclinaison permise, par la méthode très simple donnée dans le cours de M. Fabry à la Sorbonne. Nous assimilons les deux surfaces à leur plan tangent au point considéré, et nous procédons comme s'il s'agissait d'une lame à faces parallèles. On a, dans ces conditions :

$$(21) \quad K = \frac{2ne}{\lambda} \cos r,$$

K = ordre d'interférence,

λ = longueur d'onde,

e = épaisseur de la lame d'air,

r = angle d'inclinaison des rayons sur les surfaces.

Dans tous les cas considérés où $dK = \frac{1}{100}$, r est inférieur à 1^o. Nous le supposons nul, en calculant la variation d'ordre d'interférence due à une variation de l'angle r , autour de la normale aux surfaces.

La formule (21) s'écrit, en remplaçant $\cos r$ par $1 - \frac{r^2}{2}$:

$$K = \frac{2ne}{\lambda} - \frac{2ne}{\lambda} \times \frac{r^2}{2},$$

$K_0 = \frac{2ne}{\lambda}$ correspond à l'incidence exactement normale.

Le terme $\frac{2ne}{\lambda} \times \frac{r^2}{2}$ devra donc rester inférieur à $\frac{1}{100}$ dans les conditions les plus difficiles que nous rencontrerons, c'est-à-dire lorsque $K_0 = 100$.

Si nous posons :

$$(a) \quad K_0 \frac{r^2}{2} < \varepsilon,$$

avec $\varepsilon = \frac{1}{100}$, on aura :

$$r^2 < \frac{2}{10\,000}, \quad r < 48'.$$

Supposons maintenant que nous ayons affaire à un faisceau comprenant un grand nombre de rayons d'inclinaisons différentes et remplissant complètement un cône de révolution autour de la ligne des centres, l'élargissement des franges n'a pas d'effet sur leur position, mais bien sur leur visibilité, qui diminue, à condition que le faisceau reste toujours centré sur un même axe à mesure qu'il s'élargit.

Les tolérances sont ici beaucoup plus fortes. En effet, l'expérience montre qu'un élargissement $\varepsilon = 0,5$ donne encore des franges parfaitement visibles, et qu'on peut pointer à $\frac{1}{100}$ de frange près.

Dans ces conditions, l'inclinaison maximum d'un rayon sur l'axe du faisceau sera donnée par la formule (a) où $\varepsilon = 0,5$; on aura :

$$100 \frac{r^2}{2} \leq 0,5, \quad r \leq 0,1, \quad r \leq 6^\circ.$$

Si $\varepsilon = 0,2$, ce qui fournit un excellent contraste, on aura :

$$r \leq 0,0036, \quad r \leq 2^\circ.$$

Ces derniers chiffres sont très importants pour nous.

Voyons, en effet, ce qui se passe lorsque nous examinons des anneaux.

Soit (fig. 26) l'objectif O du viseur, accommodé sur le milieu d'une frange F, dans le plan de la lame mince d'air L. Supposons qu'il tombe sur la lame des rayons venant de toutes les directions de l'espace. De tous les rayons interférant au point F, seuls pénétreront dans l'objectif ceux compris dans le cône de sommet F, ayant pour base l'ouverture utile de l'objectif O. Les rayons incidents sont évidemment contenus dans un cône confondu avec le précédent.

Si l'angle au sommet de ce cône est égal à 6° ou à 2° , nous serons donc dans les conditions requises pour l'existence d'un contraste $\varepsilon = 0,5$ ou $\varepsilon = 0,2$.

Si de plus l'axe de ce cône (axe optique du viseur) a été réglé perpendiculairement au plan de référence, ou parallèlement à la ligne des centres

dans le cas d'une surface de référence sphérique, l'axe des rayons interférents sera toujours rigoureusement dans les conditions que nous avons définies pour l'emploi de la méthode, à condition toutefois que ce cône de rayons *soit toujours complet*, ou du moins que l'angle correspondant aux rayons manquants soit $< 48'$.

Le mode d'emploi de la méthode devient alors extrêmement simple. On règle, une fois pour toutes, l'axe optique du viseur perpendiculairement à l'axe de translation du chariot du comparateur. Cette opération étant effectuée, on amène le diamètre utile du plan de référence à être parallèle à cette direction, c'est-à-dire perpendiculaire à l'axe du viseur, en mettant les deux extrémités de ce diamètre successivement au point dans le viseur. On opère de même pour la perpendicularité de l'axe du viseur au plan tangent commun aux surfaces sphériques, en mettant au point les deux extrémités du diamètre d'un même anneau.

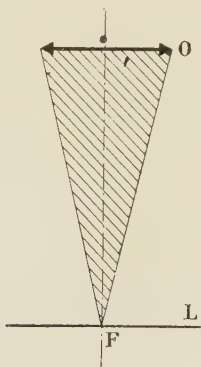


Fig. 26.

Il suffit alors, pour effectuer dans tous les cas des mesures correctes, de vérifier que l'ouverture de l'objectif est entièrement remplie par la lumière issue de la source, la distance de cette dernière étant indifférente, tant que cette condition est réalisée.

Cette ouverture sera calculée, par rapport à la distance frontale de l'objectif, pour obtenir l'angle au sommet voulu. Le diaphragme correspondant sera solidement fixé sur l'objectif. On pourra avoir trois diaphragmes interchangeables avec précision.

Une combinaison qui convient consiste à avoir un objectif de grandissement 4 de 50 mm de distance frontale. La monture porte une partie cylindrique sur laquelle viennent s'ajuster trois diaphragmes, correspondant aux angles 2° , 4° et 6° , de diamètres 1,8; 3,5; 5,2 mm. La quantité de lumière admise dans l'objectif étant assez faible, il sera bon de semi-argenter la glace d'éclairage.

B) *Surfaces se touchant aux bords.* — Si la distance maximum entre les surfaces ne dépasse pas 100 franges, tout ce que nous venons de dire s'applique exactement. Quand cette distance dépasse 100 franges, l'application correcte de la méthode devient difficile. Si on le peut, il sera bon de changer soit l'ouverture, soit le rayon du calibre de référence, de façon à diminuer cette distance. Dans le cas où cette opération n'est pas possible, il est nécessaire d'assurer une meilleure définition du faisceau en diaphragmant davantage. Pour que les mesures restent possibles, il devient nécessaire alors, soit de diminuer le grossissement, soit d'augmenter l'éclat de la source (arc en verre poussé, ou arc en quartz peu poussé). Il faut remarquer du reste que, dans les conditions normales d'emploi de cette méthode, différences faibles de rayons, très petites ouvertures ou très grands rayons, une telle éventualité se rencontrera rarement.

36. Mise en place de la surface. Sources de lumière. — Nous allons donner maintenant quelques détails complémentaires au sujet de ce montage. Nous avons vu que la méthode ne peut s'employer pratiquement que lorsque les différences de marche des faisceaux interférents sont faibles. Aussi les surfaces seront-elles toujours mises directement au contact. Cependant, lorsqu'elles se touchent au centre, et sont de rayons très différents, elles roulent l'une sur l'autre, et les anneaux sont extrêmement sensibles aux trépidations. On remédie très efficacement à cet inconvénient en glissant entre les bords des surfaces, en trois points par exemple, de petits morceaux de papier mince, clinquant, etc., qui immobilisent les surfaces l'une par rapport à l'autre, sans les séparer. Ne jamais employer de cire molle dans ce but; les anneaux se déplaceraient inmanquablement. Le procédé qui consiste à porter une des surfaces sur un support indépendant de l'autre surface est à rejeter dans tous les cas. D'une part, une perturbation quelconque pourrait ne pas affecter également les deux surfaces; d'autre part, les dilatations d'un tel support, aussi petit soit-il, font que les anneaux se déplacent au moindre changement de température (par exemple, « ils respirent » avec l'observateur). Peut-être un support en invar pourrait-il convenir; nous n'avons pas fait d'essais à ce sujet.

Il est nécessaire également, lorsque des surfaces de rayons assez différents se touchent au centre, que la pression qui les applique l'une sur l'autre soit suffisamment faible pour éviter les déformations s'étendant au delà du point de contact.

Nous décrirons au chapitre VIII le dispositif qui est employé à l'Institut d'Optique pour cette méthode et d'autres méthodes, et qui remplit d'une manière satisfaisante ces différentes conditions.

Il est bon de donner à la lame à 45° des dimensions transversales suffisantes. Nous avons vu, en effet, que, dans le cas de calibres de grande

ouverture, le faisceau incident peut être assez fortement incliné sur l'axe du viseur. Il faut que les dimensions de la lame soient telles que les rayons issus de la source tombent sur le calibre sous l'angle convenable. Une largeur de 30 à 40 mm sera suffisante. On fixera cette lame très rigidement au viseur pour éviter les erreurs provenant d'un déplacement de l'image qui serait dû à un déplacement de la lame à faces parallèles.

La lampe sera placée devant la lame, assez près pour que la surface de l'objectif soit couverte, ce dont on s'assurera en enlevant l'oculaire et en regardant directement l'objectif à l'œil nu. Dans le cas de calibres de grande ouverture, on pourra être amené à déplacer la lampe dans le cours des mesures. Une lampe allongée transversalement est alors commode, car elle n'a pas besoin d'être déplacée. Nous donnerons quelques indications à ce sujet à la fin de ce travail.

Le faisceau de lumière éclairant doit être parfaitement monochromatique; sinon, l'erreur sur λ intervient. La source la plus simple est le brûleur à sodium. Il a l'inconvénient d'être peu lumineux et d'obliger, pour des mesures précises, à se limiter à de faibles différences de marche. Lorsque les surfaces se touchent au centre, ce brûleur peut convenir. Lorsqu'elles se touchent aux bords, l'extrême limite de la différence de marche vraie qu'on pourra se permettre au centre des surfaces sera de 200 franges, pour la raison suivante :

Les deux raies du sodium ont des longueurs d'onde légèrement différentes, 0,5896 et 0,5890 μ . Or, dans la formule d'erreur, nous avons supposé que la longueur d'onde est connue exactement. En réalité, une erreur sur λ intervient au même titre que les erreurs sur K ou sur x . Si les deux raies avaient exactement la même intensité, il suffirait de prendre leur longueur d'onde moyenne pour avoir des résultats exacts. Or l'expérience montre que, en général, l'une ou l'autre de ces raies est très nettement prépondérante, de sorte qu'une bande d'interférence correspond à un λ qui n'est pas la moyenne des λ des deux raies considérées. Il faudra donc que la différence de marche des franges observées soit suffisamment faible, pour que cette erreur n'ait pas à intervenir. On sait d'autre part que, lorsque la différence de marche approche de 500 franges, la visibilité des franges devient progressivement nulle.

La lampe à vapeur de mercure est bien préférable. La raie verte en particulier, extrêmement intense, est bien adaptée à ce genre de mesures. Pour les différences de marche faibles qu'on emploie, elle ne présente aucun phénomène de périodicité. Par contre, les raies jaunes sont impropres à de telles mesures. A noter que l'écran Wratten pour isoler la raie verte est beaucoup trop sombre. Il est bien préférable d'employer deux cuves de verre mince, dont l'une contient du chlorure de didyme qui absorbe les raies jaunes, l'autre du bichromate de potassium, absorbant le violet.

Dans tous les cas, la source devra être suffisamment monochromatique pour que les erreurs sur la définition de la longueur d'onde soient négligeables devant les erreurs sur K et sur x .

37. Réglages et exécution des mesures. — On commence par placer la lampe de façon à voir, en enlevant l'oculaire, la surface de l'objectif uniformément éclairée. Puis on met son viseur au point sur les anneaux. Je suppose que le viseur ait été préalablement réglé de façon que son axe optique soit perpendiculaire à l'axe de déplacement longitudinal du chariot; le viseur sera toujours mis au point sur les anneaux éloignés du centre, qui sont beaucoup plus fins. Cela fait, il faut :

1° Que le viseur pointe sur un diamètre des anneaux. Ce réglage se fait très simplement en amenant l'anneau central à être centré dans le champ du viseur;

2° Que le plan tangent commun aux deux surfaces (ou les deux plans parallèles tangents aux surfaces) soit parallèle à la direction de déplacement du chariot. Ce réglage s'effectue en changeant l'orientation de l'ensemble des deux surfaces, sans modifier leur position relative, de façon que les extrémités du diamètre d'un même anneau éloigné du centre soient également au point de part et d'autre du centre.

Si les réglages ne sont pas parfaits, on recommence dans l'ordre indiqué jusqu'à avoir satisfaction. On passe ensuite à l'exécution des mesures.

Les formules que nous avons données pour le calcul du rayon ou des différences de rayons montrent qu'il est nécessaire de mesurer :

1° Le diamètre de deux anneaux au moins au voisinage immédiat du centre;

2° Le diamètre d'un anneau situé à une distance x du centre.

On procédera de la façon suivante : si les surfaces se touchent au centre, l'ordre d'interférence des anneaux va en croissant. On donnera à un anneau noir voisin du centre un numéro d'ordre faible, 3 ou 4 par exemple, les anneaux suivants se numérotant en croissant, à partir de 3 ou 4.

Si les surfaces se touchent aux bords, on fera l'inverse, en partant par exemple de 100 pour l'anneau le plus voisin du centre.

On déplace lentement (fig. 27) le chariot à partir du centre des anneaux et on compte les anneaux qui défilent. On pointe, par exemple, les 3 ou 4 premiers anneaux pas trop diffus, et on note la position correspondante de la plateforme. Soient, par exemple, 3, 4, 5, 6, les numéros de ces anneaux; on continue à déplacer le chariot dans le même sens, en comptant les anneaux. On s'arrête à l'anneau K correspondant à peu près à la distance x choisie et on le pointe. Puis, on ramène le chariot en sens inverse, en comptant toujours. On refait les pointés sur les franges voisines du centre qu'on a déjà pointées. Si la numération a été bien faite, on doit retomber sur

l'anneau central avec le numéro de départ (Les opérations se font, dans le cas de la figure, dans l'ordre *a, b, c, d*). On continue à déplacer le chariot dans le même sens, en procédant exactement comme ci-dessus, et en pointant les mêmes franges; puis on revient au centre. La marche des opérations est schématisée dans la figure 27.

Cette façon de procéder est tout à fait sûre. Les franges étant symétriques de part et d'autre du centre, on peut avec certitude trouver et rétablir les grosses erreurs de lectures.

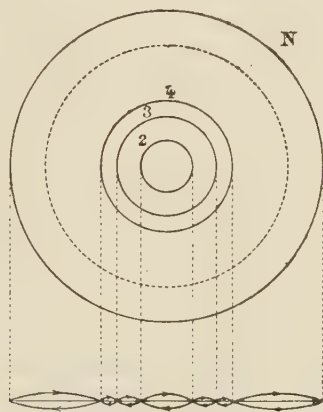


Fig. 27.

On peut aussi procéder d'une façon plus rapide, mais demandant qu'on ait acquis une certaine pratique de la méthode. Le microscope étant pointé sur le centre des anneaux, on décale le plateau d'une quantité x qui est connue approximativement, et que l'on croit devoir correspondre à un nombre K convenable. On voit alors dans le champ du microscope des franges, en général assez serrées. On pointe une de ces franges, en lui donnant un numéro d'ordre arbitraire, et on lit la position du plateau.

On compte les franges jusqu'au voisinage du centre, on pointe celles qui serviront à la détermination de l'ordre au centre; puis, on passe de l'autre côté du centre des anneaux, en effectuant les mêmes opérations dans l'ordre inverse, et en pointant l'autre extrémité du diamètre de l'anneau K .

Si les mesures ont été effectuées correctement, la distance mesurée entre deux anneaux qu'on a pointés doit être la même de part et d'autre du centre.

Quelle que soit la manière d'opérer, il sera bon de vérifier qu'il n'y a pas de déformation au point de contact, lorsque les deux surfaces se touchent par le centre. L'ordre au centre, calculé à l'aide de deux anneaux consécutifs voisins du centre, doit être le même à 1 ou 2 centièmes de frange près, quels que soient ces anneaux. De plus, à chaque pointé sur les anneaux extérieurs,

il est bon de vérifier que l'ouverture de l'objectif est bien couverte par le faisceau.

Pour le calcul, on procédera de la façon suivante : on déterminera les valeurs $\delta_n^2 - \delta_m^2$, pour tous les anneaux qu'on a pointés au centre. On prendra la moyenne de ces valeurs et on divisera chacune des quantités δ_p^2 par cette différence, ce qui donnera une idée de la précision obtenue. Nous allons donner quelques chiffres à ce sujet. Ces chiffres se rapportent à un rayon $R = 3$ m environ, étudié sur un plan. Ils ont été obtenus au moyen d'un *seul* pointé sur chaque frange.

TABLEAU XV

NUMÉRO D'ORDRE de la frange	DIAMÈTRE mm	DIAMÈTRE	$\delta_n^2 - \delta_m^2$	ORDRE AU CENTRE calculé pour chaque anneau
16	8,559	73,266		0,28
			4,73	
15	8,278	68,525		0,29
			4,83	
14	7,981	63,696		0,29
			4,76	
13	7,677	58,836		0,29
			4,90	
12	7,351	54,037		0,27
			4,67	
11	7,026	49,365		0,30
			4,78	
10	6,677	44,582		0,30
			4,82	
9	6,306	39,766		0,29
			4,80	
8	5,913	34,964		0,29
			4,69	
7	5,502	30,272		0,31
			4,92	
6	5,035	25,351		0,29
			4,79	
5	4,534	20,557		0,29
			4,76	
4	3,975	15,801		0,29
			4,82	
3	3,314	10,983		0,29
			4,85	
2	2,477	6,135		0,28
			moyenne : 4,79	

Ce tableau permet, de plus, de constater que, pour le diamètre considéré, c'est-à-dire 8,6 mm, le plan de référence et la sphère sont presque

parfaits. Leurs écarts avec la surface théorique atteignent au plus 2 centièmes de frange.

On a donc avec certitude le centième de frange. Quoique l'anneau 2 soit extrêmement diffus, il fournit néanmoins une bonne valeur. Lorsque les franges sont serrées davantage (par exemple 100 franges pour $x = 10$ mm), la précision devient bien meilleure et atteint souvent 0,003 ou 0,004 frange.

En conclusion, le pointé à $\frac{1}{100}$ de frange se faisant sans difficulté au voisinage du centre, la méthode est applicable dans tous les cas dont nous avons parlé, avec la précision énoncée.

38. Erreurs dues aux imperfections des surfaces de référence. — Manière de s'en affranchir. — Nous avons supposé, au cours de notre exposé, que les surfaces de référence étaient parfaites. Or, il arrive couramment que certains points d'une surface, considérée comme bonne, s'éloignent de la surface théorique de plusieurs dixièmes de frange. Il sera donc nécessaire, pour les mesures précises, de connaître exactement les défauts des surfaces de référence, et d'en tenir compte au besoin dans les calculs.

Il ne faut cependant pas s'exagérer l'importance de ces corrections. Nous avons vu que la méthode des franges a un intérêt pratique dans deux cas.

1^o Surfaces d'ouvertures très faibles. — La portion utilisée de la surface de référence étant très restreinte ne pourra s'éloigner beaucoup d'une sphère ou d'un plan parfaits. En général la correction portera sur un petit nombre de centièmes de franges (voir le tableau XV).

2^o Surfaces de grandes ouvertures, de rayon voisin du rayon de la surface de référence. — Nous avons vu que la précision nécessaire sur K est très modeste. Dans tous les cas où $dK \geq 0,2$ frange, on n'aura pas à se préoccuper de la correction.

La correction n'aura une grande importance que pour la mesure de grands rayons par comparaison avec un plan. Dans ce cas, on peut être amené à utiliser une assez grande partie de la surface de référence, et d'autre part on doit avoir $dK = \frac{1}{100}$. De plus, le plan est la surface la plus difficile à obtenir, la plus capricieuse comme résultat.

Dans tous les cas, et plus spécialement dans l'usage d'un plan de référence, il sera prudent de déterminer, à $\frac{1}{100}$ de frange près, la forme d'une méridienne de la surface utilisée (si c'est un plan, ce sera un diamètre du cercle qui le limite). Il est tout à fait inutile d'étudier la surface dans son ensemble, puisque les mesures portent sur des diamètres d'anneaux. On

prendra soin simplement d'utiliser toujours la méridienne connue de la surface de référence.

On procédera de la façon suivante : on marque soigneusement un diamètre du cercle qui limite la surface, par exemple au moyen de deux traits au diamant, tracés sur la tranche du calibre aux deux extrémités de ce diamètre. Au moyen de deux traits en croix très légers, tracés au diamant sur la surface de référence même, on marque le milieu de ce diamètre. Puis, on détermine soigneusement la méridienne inconnue ⁽¹⁾. On la représente sur le papier en portant en abscisses les distances sur le diamètre marqué, la croix au diamant étant prise pour origine, et en ordonnées la quantité, en franges, dont la surface s'éloigne de la surface théorique.

Il est bien entendu qu'on emploiera, pour cette détermination, de la lumière de même longueur d'onde que celle qui servira aux mesures de rayons. On rapporte ensuite la courbe obtenue au plan tangent à la surface, au point déterminé par l'intersection des deux traits au diamant.

Pour l'exécution des mesures, on *amènera toujours* le centre des anneaux de Newton sur le point marqué sur la surface.

Il suffira, lorsqu'on aura pointé un anneau à une distance x du centre, d'ajouter ou de retrancher à son numéro d'ordre le nombre lu sur la courbe correspondant à l'abscisse x . Il est probable que, en général, la correction ne sera pas tout à fait la même de part et d'autre du centre, de sorte que l' x mesuré ne correspondra pas tout à fait au diamètre d'un même anneau. Il est facile de s'affranchir de cette difficulté en mesurant, d'un côté seulement du centre, deux anneaux extérieurs, au lieu d'un. Au moyen d'une interpolation linéaire entre ces deux anneaux consécutifs, on calculera l' x correspondant au numéro de l'anneau pointé de l'autre côté du centre.

Cela nous amènera à dire que les calibres de référence doivent être faits dans du verre de tout premier choix et aussi exempt de trempe que possible. Sinon, on s'exposera à avoir déterminé la méridienne de la surface en pure perte, cette méridienne changeant de forme avec la température et avec le temps.

De telles mesures ne peuvent avoir un sens que si la surface est abritée thermiquement avec le plus grand soin et si son équilibre de température est atteint. De plus le diamètre de la zone utile ne devra pas dépasser 20 à 30 mm d'une surface de référence de plus grand diamètre (par exemple 100 mm). Dans le cas où une surface de grand diamètre est mesurée par comparaison avec un plan de référence de grand diamètre également, il ne faut plus penser pouvoir obtenir le centième de frange. En opérant avec précaution, on pourra obtenir le dixième de frange.

⁽¹⁾ La place nous manque ici pour dire comment se fait cette détermination. Disons seulement que le $\frac{1}{100}$ de frange est obtenu sans difficultés.

B) MÉTHODE DES ANNEAUX EN LUMIÈRE NORMALE

39. Principe de la méthode. — Nous avons vu que les anneaux de Newton se prêtent mal à la mesure par interférence des rayons des calibres sphériques dont le rapport d'ouverture est supérieur à 1.

Il semble bien qu'on puisse écarter ces difficultés si, au lieu d'éclairer les calibres par un faisceau parallèle, on place au voisinage de leur centre un point lumineux. Dans ces conditions, les rayons éclairants sont sensiblement normaux aux surfaces et reviennent à peu près sur eux-mêmes. Étudions comment se comporte un tel système de franges.

Considérons (fig. 28) deux sphères O_1 et O_2 , de rayons r_1 et r_2 . Soit $r_1 - r_2 = \Delta r$, Δr étant petit devant r_1 et r_2 . Choisissons O_1 comme sphère

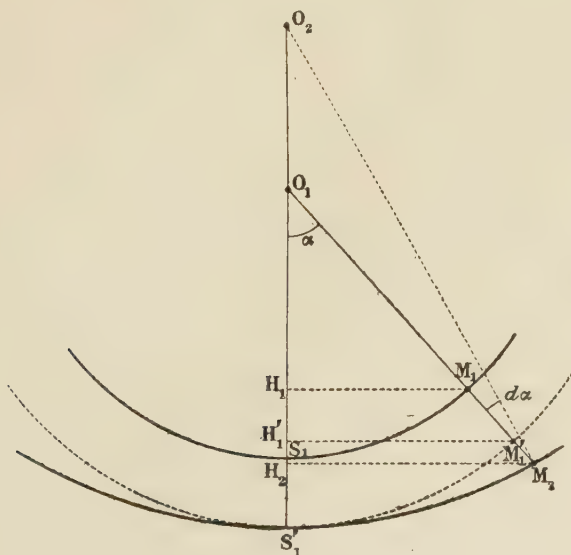


Fig. 28.

de référence et O_2 comme sphère à étudier. Soient S_1 et S_2 les points où la ligne des centres $O_1 O_2$ coupe les sphères et posons :

$$S_1 S_2 = a.$$

Considérons la normale $O_1 M_1 M_2$ à la surface de référence faisant avec la ligne des centres l'angle α , et évaluons la distance $M_1 M_2$. Pour cela, traçons la sphère concentrique à O_1 et tangente à O_2 en S_2 . Cette sphère

aura par conséquent un rayon $r_1 + a$, et sera coupée en M'_1 par la droite $O_1 M_1 M_2$. Nous voyons alors que l'on a :

$$M_1 M_2 = M_1 M'_1 + M'_1 M_2 = a + M'_1 M_2.$$

Plaçons en O_1 une source ponctuelle de lumière monochromatique et un dispositif convenable pour l'observation des franges d'interférence. La différence de marche $M_1 M'_1$ est constante et égale à a quel que soit α . Le phénomène d'interférence que l'on apercevra sur la surface sera donc déterminé par la variation de $M'_1 M_2$ en fonction de α .

L'allure du phénomène d'interférence sera très facile à déterminer. Supposons Δr constant, a variant de 0 à l'infini.

1° Le rayon du calibre de référence est plus petit que celui du calibre à étudier. Alors le rayon de la sphère fictive de référence de rayon $r_1 + a$ augmente constamment, celui de la sphère à étudier restant fixe, les deux sphères restant constamment tangentes. Les deux rayons se rapprochent l'un de l'autre, et deviennent égaux pour $r_1 + a = r_2$, ou $\Delta r = a$. Les deux sphères sont alors concentriques.

a continuant à croître, la sphère fictive traverse la sphère à étudier et son rayon s'en différencie de plus en plus.

Le nombre de franges vues pour $a = 0$ entre les deux surfaces diminue constamment jusqu'à ce que l'on ait la teinte plate pour $\Delta r = a$, puis augmente de nouveau quand a continue à croître.

2° Le rayon du calibre de référence est plus grand que celui du calibre à étudier. Alors la sphère fictive de référence est constamment en dessous de la surface à étudier, la différence des rayons augmente constamment entre les deux sphères.

Les conventions de signes seront les suivantes :

1° Le sens positif est celui de la lumière incidente. Les origines pour les rayons sont les surfaces. La distance $M'_1 M_2$ sera comptée à partir de la surface de référence fictive. Cette quantité sera positive quand les surfaces S_1 et S_2 se comporteront l'une par rapport à l'autre comme des surfaces convexes, négative dans le cas contraire. $M'_1 M_2 > 0$, c'est-à-dire la sphère fictive au-dessus de la sphère S_2 , indique que les anneaux rentrent quand a croît; l'inverse se produit si $M'_1 M_2 < 0$. Le signe de $M'_1 M_2$ est évidemment le même que celui de l'ordre d'interférence K .

$S_1 S_2 = a$ sera toujours positif, la surface de référence étant toujours supposée au-dessus de la surface à étudier.

Évaluons maintenant $M'_1 M_2$. On a (fig. 28) :

$$H'_1 H_2 = O_2 H_2 - (O_1 H'_1 + \Delta r - a).$$

Dans le triangle $O_2 H_2 M_2$, on a :

$$O_2 H_2 = r_2 \cos (\alpha - \delta \alpha) = r_2 \cos \alpha + r_2 \sin \alpha \delta \alpha.$$

Dans le triangle $O_1 M'_1 H'_1$, on a :

$$O_1 H'_1 = (r_1 + a) \cos \alpha,$$

d'où :

$$H'_1 H_2 = O_2 H_2 - (O_1 H'_1 + \Delta r) = (\Delta r - a) \cos \alpha + r_2 \sin \alpha \delta \alpha - (\Delta r - a).$$

Dans le triangle $O_1 O_2 M_2$, on a :

$$\frac{\delta \alpha}{\Delta r} = \frac{\sin \alpha}{r^2},$$

d'où :

$$\begin{aligned} H'_1 H_2 - (\Delta r - a) \cos \alpha + \Delta r \sin \alpha \sin \alpha - (\Delta r - a) &= \\ = (\Delta r - a) (\cos \alpha - 1) + (\Delta r - a) \sin^2 \alpha + (\Delta r - a) (1 - \cos^2 \alpha) &= \\ = \cos \alpha (1 \cos \alpha) (\Delta r - a). \end{aligned}$$

Or, on a :

$$M'_1 M_2 = \frac{H'_1 H_2}{\cos \alpha} = (\Delta r - a) (1 - \cos \alpha).$$

Écrivons que $M'_1 M_2$ est égal à un certain nombre K_1 de demi-longueurs d'onde de la lumière monochromatique employée, on a :

$$(\Delta r - a) (1 - \cos \alpha) = \frac{K_1 \lambda}{2};$$

$$(23) \quad \Delta r - a = \frac{K_1 \lambda}{2 (1 - \cos \alpha)},$$

K_1 désigne le nombre de franges vues sur la surface à l'intérieur du cône d'angle α . Il est intéressant d'écrire la formule faisant intervenir $M_1 M_2$, distance vraie des sphères.

En écrivant $M_1 M_2 = \frac{K_2 \lambda}{2}$, on obtient :

$$(24) \quad \Delta r - (\Delta r - a) \cos \alpha = \frac{K_2 \lambda}{2},$$

K_2 représentant la *différence de marche vraie* en chaque point, qui n'a aucun rapport avec ce que l'on voit sur la surface. On constate au moyen de la formule (24) que lorsque $\Delta r = a$ (sphères concentriques) :

$$K_2 = \frac{2 \Delta R}{\lambda} = C^{\text{te}}.$$

On voit une teinte plate.

Il existe des cas où $K_2 = 0$, c'est-à-dire où l'on verra les franges en lumière blanche, pour un angle $\alpha \neq 0$.

Résolvons (24) par rapport à $\cos \alpha$. On a :

$$\cos \alpha = \frac{\Delta r}{\Delta r - a}.$$

Cette valeur sera réelle lorsque $\Delta r < 0$, c'est-à-dire lorsque les surfaces seront concaves l'une par rapport à l'autre. Les deux surfaces se toucheront suivant un cercle défini par l'angle ci-dessus et, suivant ce cercle, on verra les franges d'interférence en lumière blanche, si l'ouverture de la surface est assez grande.

Prenons maintenant la formule (24) et examinons l'aspect des phénomènes.

Nous supposerons les surfaces amenées au contact, puis nous les écarterons progressivement, Δr restant constant.

$$(25) \quad \begin{array}{l} 1^{\circ} \qquad \qquad \Delta r > 0, \qquad \qquad a = 0, \\ \Delta r = \frac{K\lambda}{2(1 - \cos \alpha)}. \end{array}$$

Pour α suffisamment petit ($\cos \alpha = 1 - \frac{\alpha^2}{2}$), on a :

$$(26) \quad \begin{array}{l} \Delta r = \frac{K\lambda}{\alpha^2}, \\ \alpha = \sqrt{\frac{\lambda}{\Delta r}} \times \sqrt{K}. \end{array}$$

Les anneaux suivent la loi de Newton, ce qui permet de calculer facilement, par la méthode du § 28, la fraction d'anneau au centre. Pratiquement les angles α seront toujours trop grands pour que l'on puisse utiliser la formule (26); pour le calcul de Δr , il faudra connaître $\cos \alpha$.

2° $a \neq 0$ et croissant, $0 < a < \Delta r$.

Les formules (23) et (24) montrent que K décroît, tout en restant positif. Puisque les surfaces s'écartent, les anneaux rentrent au centre, et il disparaît plus d'anneaux au centre qu'il n'en apparaît par les bords. Le nombre d'anneaux présents sur la surface diminue quand a augmente.

3° $a = \Delta r$.

On a $K = 0$, quel que soit α .

Lorsque la distance des sommets est égale à la différence des rayons (sphères concentriques), on observe la teinte plate entre les deux surfaces.

4° $a > \Delta r$.

A mesure que a croît, K , qui est négatif, croît en valeur absolue. Des anneaux prennent naissance au centre, en plus grand nombre qu'il ne s'en échappe aux bords; le nombre d'anneaux présents sur la surface augmente constamment avec a .

5° $\Delta r < 0$.

Dans ce cas, a est toujours > 0 , $\Delta r - a$ toujours < 0 et croissant en

valeur absolue avec a . K est toujours < 0 , les anneaux sortent du centre en plus grand nombre qu'ils ne disparaissent aux bords, le nombre d'anneaux présents sur la surface augmente constamment.

Les figures 29 montrent les différents cas possibles.

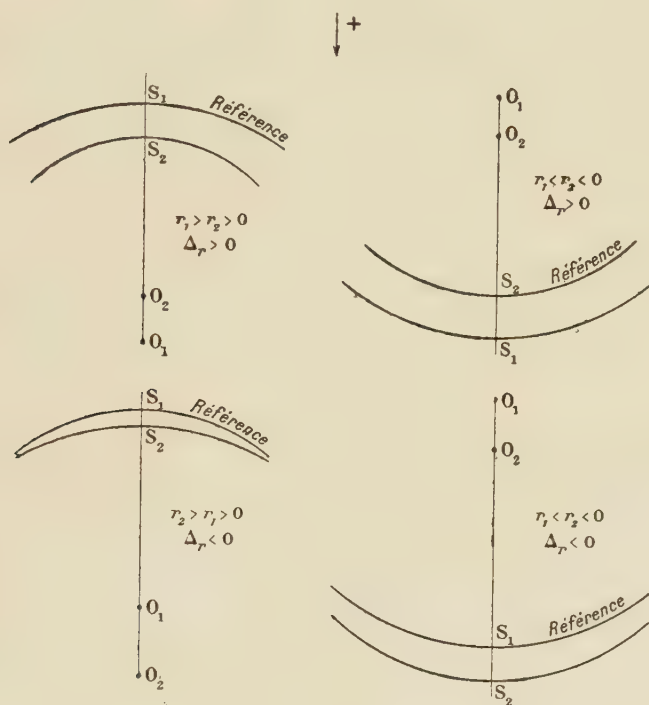


Fig. 29.

40. Précision de la méthode. — Reprenons la formule (24) :

$$(24) \quad \Delta r - a = \frac{K \lambda}{2 (1 - \cos \alpha)}.$$

Deux causes d'erreur peuvent agir sur Δr :

- a) une erreur sur la mesure ou sur l'appréciation du nombre K ;
- b) une erreur sur la mesure de l'angle α .

Pour la variation de Δr en fonction de K , il sera plus instructif de donner simplement un tableau des valeurs Δr correspondant à différentes valeurs de K , pour différents angles α , en supposant $a = 0$. Ces valeurs sont, du reste, pour chaque angle, proportionnelles à K .

TABLEAU XVI.

$\begin{matrix} \text{K} \\ \backslash \\ \alpha \end{matrix}$	5°	10°	20°	40°	60°
1	0,079	0,020	0,005	0,001	0,0006
10	0,790	0,200	0,050	0,010	0,006
100	7,90	2,000	0,500	0,100	0,060

Si l'on se fixe par exemple l'erreur sur Δr égale à 0,01 mm, on voit que, dans le cas le plus défavorable ($\alpha = 5^\circ$), la mesure devra être faite à $1 \times \frac{0,01}{0,079} = \pm 0,13$ frange près. Pour le cas suivant, $\alpha = 10^\circ$, la mesure devra être faite à 0,5 frange près. La tolérance est indépendante du nombre de franges, c'est-à-dire de Δr .

Dans les conditions où cette méthode est intéressante (voir § 45), de telles différences de rayons sont déjà grandes. On voit que la détermination de K se ramènera à une simple numération, avec estime à l'œil de l'excédent fractionnaire.

Examinons maintenant l'influence d'une erreur sur α en supposant a connu exactement. Il sera plus utile de prendre le problème en sens inverse, c'est-à-dire de chercher quelle variation produit sur α une variation de Δr . (24) s'écrit :

$$\cos \alpha = 1 - \frac{K \lambda}{2 (\Delta r - a)}.$$

Différentions :

$$-\sin \alpha \delta \alpha = \frac{K \lambda}{2} \frac{\delta (\Delta r)}{(\Delta r - a)^2}.$$

Or :

$$\frac{K \lambda}{2 (\Delta r - a)} = 1 - \cos \alpha,$$

d'où :

$$\delta \alpha = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha} \frac{\delta (\Delta r)}{\Delta r - a}.$$

TABLEAU XVII

ANGLE α	$\frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha}$	ACCROISSEMENT $\delta \alpha$ pour $\frac{\delta (\Delta r)}{\Delta r - a} = \frac{1}{200}$	ACCROISSEMENT $\delta \alpha$ pour $\frac{\delta (\Delta r)}{\Delta r - a} = \frac{1}{10}$
5°	0,046	50"	16'
10°	0,086	1', 30"	29'
20°	0,176	3'	etc.
40°	0,359	6'	
60°	0,576	10'	

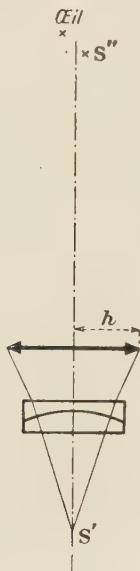
Pour un angle donné, $\delta\alpha$ est proportionnel à l'erreur relative sur $\Delta r - a$. Il est donc utile de connaître le facteur de proportionnalité en fonction de α .

On voit que si l'on excepte le cas $\alpha = 5^\circ$, $K = 100$, les tolérances sur α ne sont pas très sévères.

41. Principe du dispositif expérimental pour l'observation des franges. —

Application à la mesure des différences de rayons de courbure. — Le dispositif expérimental le plus simple, auquel nous nous sommes arrêté après plusieurs essais, est le suivant :

Un objectif O donne (fig. 30), d'un point lumineux S placé très près



de son axe optique, une image S' . On centre le calibre et la surface à étudier sur le cône issu de O, dans une position telle que l'image de S soit renvoyée un peu en arrière de ce dernier, en S'' , où on place l'œil. Les franges sont localisées au voisinage du calibre, sauf si le point lumineux est suffisamment petit, auquel cas elles occupent tout l'espace. On regarde alors les franges, non dans le plan du calibre, mais en accommodant sur la surface même de l'objectif O. Ce dispositif présente la propriété qu'à une hauteur de rayon émergent h , dans le plan de l'objectif, correspond toujours le même angle α , quel que soit le rayon du calibre.

On constatera facilement, en faisant varier la distance d'un des calibres à l'autre, les variations d'aspect des franges en fonction de a .

La mesure des différences de rayons au moyen d'un tel appareil est alors très simple. En effet, cette méthode ne présente un intérêt que si elle est limitée à la mesure de petites différences de rayons de courbure petits eux-mêmes.

Cette méthode sera simple et rapide sous deux conditions :

1° On procède avec α constant.

On supprime ainsi la mesure de α , toujours difficile, et on voit que, dans ce cas, on a :

$$\Delta r - a = C^{\text{te}} \times K.$$

La différence des rayons, pour un même α , est proportionnelle à K . Tout se ramènera à une numération, plus ou moins précise, de franges et de fractions de franges.

2° On possède une détermination immédiate et sans calcul de a .

Développement de la méthode. — Sur la lentille L_2 , on tracera un certain nombre de cercles concentriques régulièrement espacés, correspondant à des ouvertures α que l'on étalonnera. On exécutera une mesure, en comptant les franges comprises entre le centre et le cercle le plus extérieur visible sur le calibre, et en multipliant K par le facteur de proportionnalité ainsi trouvé.

On pourrait déterminer l'angle α en mesurant la distance du point de convergence des rayons au plan principal correspondant, en mesurant le rayon de chaque cercle et en en déduisant $\text{tg } \alpha$, puis α , puis α' , angle dans le verre. Mais c'est là une méthode un peu pénible. Il sera beaucoup plus sûr et rapide d'examiner les franges de deux surfaces de rayons connus un peu différents et de déterminer avec soin les valeurs de K pour les différents cercles. La formule (24) donnera directement la valeur de $\frac{\lambda}{2(1 - \cos \alpha)}$ correspondant à chaque cercle. On prendra la moyenne des résultats obtenus sur plusieurs paires de surfaces.

Ce procédé a l'avantage de tenir compte directement du changement de convergence produit par la surface plane du calibre de référence.

Soit (fig. 31) L l'objectif donnant le faisceau convergent, et O le point de convergence des rayons faisant l'angle α avec l'axe.

Soit un calibre C , à examiner; P , sa surface plane, normale à l'axe de l'appareil; S , sa surface sphérique. Le rayon incident IO se réfracte en I sur la face P et fait alors avec l'axe un angle α' tel que $\sin \alpha' = \frac{\sin \alpha}{n}$.

Le cône de rayons, de $\frac{1}{2}$ angle au sommet α , a été remplacé par un cône d'angle α' , α' ne dépendant que de n , et étant indépendant de la position de la face P dans le faisceau. Donc pour tous les calibres composés du même

verre, la connaissance de α entraînera celle de α' . L'étalonnage en angles des cercles concentriques tracés sur l'objectif sera valable pour tous les calibres composés du même verre.

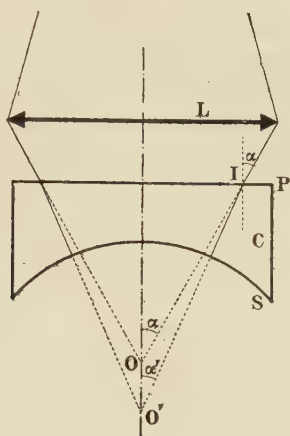


Fig. 31.

Le tableau ci-dessous indique la relation entre α et α' pour $n = 1,50$, ainsi que la variation $\Delta\alpha'$ produite par une variation 0,02 sur l'indice du verre du calibre.

TABLEAU XVIII

α	5^0	10^0	20^0	40^0	60^0
α'	$3^0 20'$	$6^0 39'$	$13^0 11'$	$25^0 22'$	$35^0 16'$
$\Delta\alpha'$	$3'$	$5'$	$11'$	$21'$	$32'$

Si nous supposons que l'indice du verre composant différents calibres puisse varier de 1,51 à 1,53, par exemple, on voit, en se reportant au tableau XVII donnant les $\delta\alpha$, qu'on ne pourra mesurer $\frac{\delta(\Delta r)}{\Delta r - a}$ qu'à $\frac{1}{40}$ près en valeur relative, ce qui, heureusement pour nous, suffit dans la majorité des cas de la pratique.

Détermination de a. — Dans la plupart des cas, on demande sur Δr une précision absolue moindre que 0,001 mm. Il suffira dans les cas les plus défavorables de connaître a avec une telle approximation, c'est-à-dire à 4 franges près. C'est tout à fait facile dans le cas où les surfaces se touchent

au centre, le contact étant suffisant pour que les anneaux soient visibles en lumière blanche. Il est extrêmement simple, avec un minimum d'exercice, de reconnaître à 1 frange près et même mieux l'ordre d'interférence au centre en lumière blanche et d'en déduire a avec une précision suffisante; du reste, dans la plupart des cas, a sera totalement négligeable dès que l'on verra des couleurs en lumière blanche.

On se placera donc toujours, dans le cas de surfaces qui se touchent au centre, de façon à obtenir un contact suffisant pour voir les couleurs en lumière blanche. Dans ces conditions on négligera a dès que $\delta (\Delta r) \geq 0,005$ mm. La mesure et le calcul sont alors d'une extrême simplicité.

Dans le cas où les surfaces se touchent aux bords, on procédera d'une façon analogue, en amenant le contact aux bords des deux éléments du calibre, de façon à voir les franges colorées en lumière blanche, aux bords.

On déterminera a facilement en comptant, en lumière monochromatique, le nombre de franges comprises entre le bord et le centre. Pour la mesure on procédera comme d'ordinaire, au moyen de l'un des angles α fixes de l'appareil. Il suffira, dans la plupart des cas, de connaître a à quelques franges près.

42. Emploi pratique de la méthode. — La méthode classique des anneaux de Newton est applicable sans difficulté jusqu'aux calibres de 100 mm de rayon. Nous allons étudier les conditions que doit réaliser l'appareil destiné à la mesure des différences de rayon de calibres situés au-dessous de cette valeur.

Cet appareil ne servira, pratiquement, qu'à l'observation des différences de rayon entre les deux surfaces d'un calibre en cours d'exécution, suivant la méthode que nous avons déjà décrite. Or, l'on peut admettre que, à l'atelier, le rayon d'une surface exécutée avec soin, avant retouche, ne différera jamais du rayon vrai de plus de $\frac{1}{200}$ de sa valeur. En outre, la précision maximum que l'on veut obtenir est, dans la majorité des cas, de $\frac{1}{1\,000}$ en valeur relative.

Dans ces conditions on remarque, en se reportant au tableau XVI où l'angle α est désigné maintenant par la lettre α' , que pour le rayon de 100 mm, le $\frac{1}{200}$, c'est-à-dire 0,5 mm, correspond à 25 franges pour $\alpha' = 10^\circ$, et à 100 franges pour $\alpha' = 20^\circ$.

La tolérance du $\frac{1}{1\,000}$, soit 0,1 mm, correspond à 15 franges pour 10° , 20 franges pour 20° . D'autre part, le plus petit rayon pour lequel 1 frange

correspond à la tolérance $\frac{1}{1\ 000}$ en valeur relative est 20 mm, pour $\alpha' = 10^\circ$, et 5 mm pour $\alpha' = 20^\circ$.

Il semble donc que la valeur $\alpha' = 10^\circ$ soit parfaitement convenable pour les rayons de 100 à 20 mm. Comme il est indispensable également que l'appareil n'ait pas de dimensions prohibitives, nous nous arrêterons à cette valeur qui, avec un calibre d'indice $n_0 = 1,50$, entraîne un angle à la sortie de l'objectif $\alpha = 15^\circ 10'$ environ.

Il en résulte, pour l'objectif correspondant à un rayon de 100 mm, une ouverture de 54,8 mm, ce qui est tout à fait acceptable.

Voyons maintenant les cas des rayons inférieurs à 20 mm. Pratiquement, on n'aura jamais de rayons à exécuter au-dessous de 1 mm (les plus petits rayons utilisés sont de 0,9 mm). Nous prendrons donc un angle α tel que la tolérance sur ce rayon, exécuté à $\frac{1}{1\ 000}$ près, soit 0,001 mm, corresponde à 1 frange. Cela correspond à un angle α' de 40° .

Il en résultera pour le rayon de 20 mm un maximum de 100 franges, et une tolérance de 20 franges pour le rayon au $\frac{1}{1\ 000}$. Si on fait le calcul de l'angle α dans l'air pour $n = 1,50$, on trouve :

$$\alpha = 74^\circ 40' \text{ environ.}$$

Le système optique devient compliqué à réaliser et prend de très grandes dimensions. De plus, une petite variation d'indice entraîne des erreurs notables sur Δr .

Il sera donc préférable d'opérer par immersion. Nous verrons le procédé employé lors de la description de l'appareil.

Il nous reste maintenant à déterminer les conditions que doit remplir celui-ci au point de vue optique, c'est-à-dire à examiner l'influence de l'aberration de l'objectif de projection et de la largeur de la source sur les mesures.

L'étude de ces deux causes d'erreur revient à celle de l'étude de l'influence de l'inclinaison d'un rayon par rapport à la normale à la surface sur la position des franges et sur leur netteté.

43. Conditions de netteté des franges. — Soient deux sphères, de rayons peu différents (fig. 32). Soient O M la normale, P M un rayon incliné sur la normale. La distance entre les deux surfaces ne dépassant jamais 100 franges, dans le cas qui nous occupe, nous pouvons assimiler les deux portions de sphères à leurs plans tangents aux points considérés, et appliquer le raisonnement employé dans le cas des franges de lames minces.

On utilise le même raisonnement que pour les anneaux de Newton.

L'ordre d'interférence en M est $\frac{2ne}{\lambda} \cos \sigma$, σ étant le petit angle P M O.

Je puis écrire :

$$K = \frac{2e}{\lambda} \left(1 - \frac{\sigma^2}{2} \right),$$

$K_0 = \frac{2e}{\lambda}$ correspond à l'incidence exactement normale.

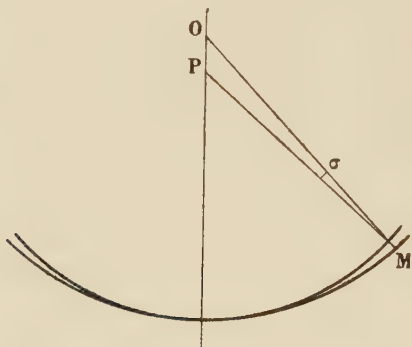


Fig. 32.

Il faudra donc que le terme en $\frac{\sigma^2}{2}$ soit petit devant la tolérance. On prendra par exemple :

$$K_0 \frac{\sigma^2}{2} < \varepsilon,$$

$$\sigma < \sqrt{\frac{2\varepsilon}{K_0}} = \sqrt{\frac{\varepsilon \lambda}{(1 - \cos \alpha) \Delta r + a \cos \alpha}}.$$

Si $\varepsilon = 0,2$ et $K_0 = 10$, il vient $\sigma < 0,2$ ou $\sigma < 12^\circ$.

Si $\varepsilon = 0,2$ et $K_0 = 100$, il vient $\sigma < 0,0632$ ou $\sigma < 3^\circ 40'$.

Dans le cas le plus défavorable, l'angle σ ne devra pas être supérieur à $3^\circ 40'$ au point où la distance entre les deux surfaces est maximum.

Nous en tirons les conclusions suivantes :

Si l'image de la source donnée par la lentille qui forme le faisceau convergent a une certaine étendue, il passera, en chaque point du calibre, un faisceau de rayons lumineux ayant des inclinaisons différentes.

Soit (fig. 33) l'objectif L, donnant de la source circulaire une image PCP', avec $PC = CP' = y$.

Soit S l'ensemble des deux surfaces. Le rayon M C normal aux sphères coupe les sphères en M.

Traçons le rayon PM. On a :

$$\widehat{PMC} = \sigma, \quad \widehat{QPC} = \alpha - \sigma, \quad CQ = r\sigma = y \cos(\alpha - \sigma),$$

d'où :

$$y = \frac{r\sigma}{\cos \alpha + \sigma \sin \alpha},$$

σ étant l'angle correspondant à une distance des deux surfaces égale à 100 franges. Le cas le plus défavorable est le cas où $\alpha = 0$; les surfaces se touchent aux bords, le rayon étant aussi petit que possible.

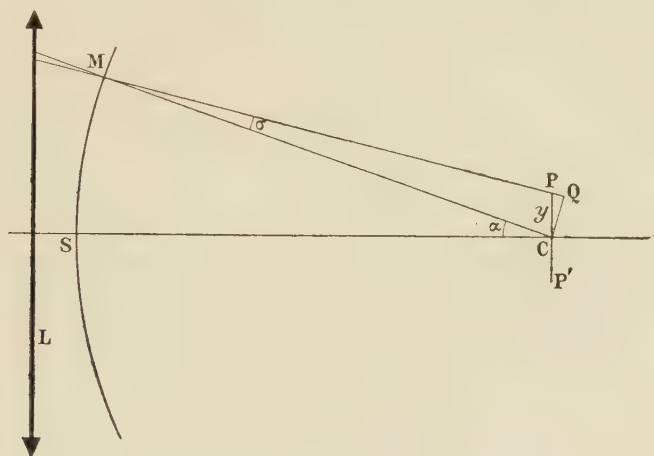


Fig. 33.

Dans le cas de l'appareil 100-20 mm, on a, en prenant pour σ la valeur 0,06 (voir p. 92) :

$$y = \frac{20 \times 0,06}{1} = 1,2 \text{ mm},$$

$$PP' = 2y = 2,4 \text{ mm}.$$

Dans le cas de l'appareil 20-1 mm, on a :

$$y = \frac{1 \times 0,06}{1},$$

$$PP' = 0,12 \text{ mm}.$$

La tolérance est large dans le premier cas, assez sévère dans le second. Remarquons que ce phénomène symétrique diminue la netteté des franges, mais ne change pas leur position. $\varepsilon = 0,2$ est un très bon contraste, on pourrait facilement se contenter de $\varepsilon = 0,5$, à condition que le faisceau soit contenu dans la pupille de l'œil.

Supposons maintenant (fig. 34 a) que la source soit ponctuelle, mais la lentille de projection entachée d'aberration sphérique. Supposons le point image sans dimensions. Q est donc le foyer de la zone correspondante de l'objectif. Traçons le rayon AP, qui passerait en A si l'objectif était parfait.

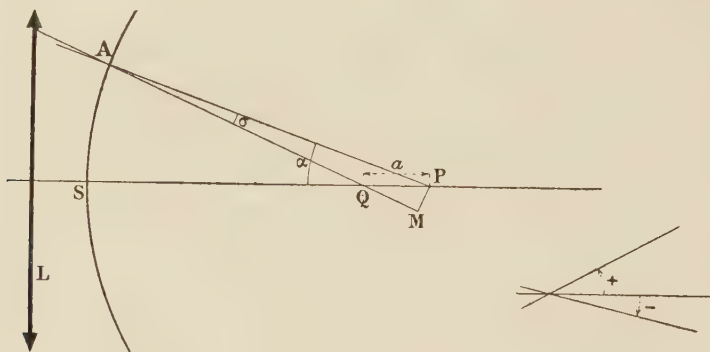


Fig. 34 a

34 b.

P est le foyer des rayons paraxiaux que nous supposons confondu avec le centre de la sphère.

AP est normal à la sphère S.

Soit σ l'angle $\widehat{PAQ}$. De P, abaissons la perpendiculaire PM sur AP.

On a :

$$PM = r\sigma = a \sin(\alpha + \sigma).$$

En faisant $PQ = a_b =$ aberration sphérique longitudinale, il vient :

$$a_b = \frac{r\sigma}{\sin \alpha + \sigma \cos \alpha},$$

avec :

$$\sigma = \sqrt{\frac{\varepsilon \lambda}{(1 - \cos \alpha) \Delta r + a \cos \alpha}}.$$

Comme convention de signe relative aux angles, nous prendrons celle figurée sur la figure 34 b, par rapport à l'axe optique ou à la normale.

1° Cas où les sphères se touchent au centre ($a = 0$). Le tableau XIX donne les aberrations tolérées pour différents cas. Suivant les signes de σ , on a deux valeurs différentes de l'aberration.

Les valeurs tolérées pour l'aberration ne sont pas grandes pour les petits rayons, devant les aberrations des lentilles simples.

Nous ferons tout à l'heure une comparaison plus précise. Le cas où a est $\frac{1}{2}r$ n'est pas très différent de celui-ci, si on s'en tient à la pratique, pour laquelle a reste toujours très petit.

2° Cas où les surfaces se touchent aux bords.

TABLEAU XIX

$\alpha = 10^\circ$	ABERRATION $\leq$
$r = 20 \text{ mm}$	— 5,3 mm
$\Delta r = 2 \text{ mm}$	+ 11,3
$r = 200$	— 108
$\Delta r = 0,2$	+ 1740
$r = 200$	— 53,5
$\Delta r = 2$	+ 113
$r = 20 \text{ mm}$	— 10,8 mm
$\Delta r = 0,2$	+ 174
$\alpha = 40^\circ$	
$r = 1 \text{ mm}$	— 0,79
$r = 0,02$	+ 1,40

Alors σ est différent de 0 lorsque α est nul, et devient infini lorsque son dénominateur s'annule, c'est-à-dire lorsque $\cos \alpha = \frac{\Delta r}{\Delta r - a}$. Cela signifie que K_0 , ordre d'interférence des rayons normaux, est nul dans ce cas particulier. Les deux surfaces sont au contact le long du cercle correspondant à l'angle α .

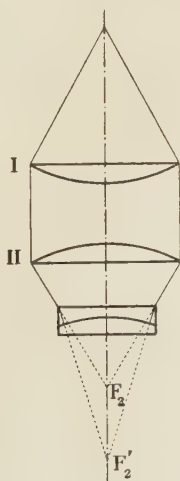


Fig. 35.

L'aberration est égale à $\pm r$ quand $\alpha = 0$, décroît ensuite rapidement, puis croît de nouveau, pour atteindre la valeur $\frac{r}{\cos \alpha}$, c'est-à-dire $\frac{r(\Delta r - a)}{\Delta r}$, lorsque $\cos \alpha = \frac{\Delta r}{\Delta r - a}$.

On opérera dans des conditions beaucoup plus favorables si, au lieu d'amener le centre des sphères en coïncidence avec le foyer paraxial, on les amène en coïncidence avec le foyer marginal. Les rayons sont normaux aux surfaces marginales, et s'en écartent de plus en plus jusqu'à $\alpha = 0$. Mais on comprend bien que, lorsque l'écart du rayon avec la normale aura atteint la valeur σ , l'angle α sera plus petit, donc ab plus grand que si on avait opéré en sens inverse.

Nous allons expliciter ce que nous venons de dire par un exemple. Prenons un appareil pour lequel $\alpha' = 10^\circ$, cas réel (fig. 35) :

Il se compose de deux lentilles de distance focale 100 mm, d'ouverture $2h = 54,8$ mm. L'angle α maximum à la sortie de la lentille 2 est de $15^\circ 20'$, ce qui, pour $n = 1,5118$, donne, après réfraction par la surface plane du calibre, un angle $\alpha' = 10^\circ$. Les aberrations au foyer F'_2 sont très approximativement la somme des aberrations de la lentille 1, de la lentille 2 et du dioptré plan du calibre.

TABLEAU XX

Aberrations du système optique, en mm.

h mm	LENTILLE + DIOPTRÉ PLAN		
	Lentille seule	Aberration moyenne	Ensemble du système
0	0	0	0
27,4	— 1,9	— 2,6	— 4,5
54,8	— 8,7	— 11,5	— 20,2

Ces aberrations figurent dans le tableau XX et dans le tableau XXI (avant-dernière colonne).

Supposons maintenant que nous amenions le foyer marginal de notre système optique en coïncidence avec le centre des calibres. Calculons, pour différents angles α' , les aberrations permises pour que le déplacement des franges soit inférieur à 0,2 franges. Remarquons que, dans ce cas, σ sera > 0 , qu'il faudra prendre par conséquent les valeurs positives de σ dans le tableau XIX. Pour $\alpha' = 6^\circ$ et les angles plus petits, l'angle σ est de grandeur telle que le rayon AQ coupe l'axe derrière la lentille; la valeur négative de l'aberration signifie que les rayons correspondants du système optique auront la tolérance de couper l'axe en tous les points compris entre P et $+\infty$, et entre $-\infty$ et la valeur négative figurant dans le tableau.

TABLEAU XXI

α	α'	$2h$	ABERRATION à ne pas dépasser pour que $\varepsilon \leq 0,2$		ABERRATIONS du système optique	
			$a = 0$	$a = 0,1$	Comptées à partir du foyer paraxial	Comptées à partir du foyer marginal
$3^0 \ 2'$	2^0	10,6 mm		+ 230 mm	— 0,6 mm	+ 19,6
$6^0 \ 3'$	4^0	21,1	— 30,6 mm	+ 20,0	— 2,7	+ 17,5
$9^0 \ 8'$	6^0	32,2	— 550,0	+ 10,5	— 6,5	+ 13,7
$12^0 \ 12'$	8^0	43,3	— 25,0	+ 7,8	— 11,1	+ 9,1
$15^0 \ 18'$	10^0	57,7	— 11,3	+ 6,4	— 20,2	0

La tolérance est toujours supérieure à l'aberration lorsque $a = 0$. On voit donc que, dans le cas très sévère que nous avons examiné, le système optique très simple que nous avons proposé conviendra parfaitement.

La difficulté d'ordre pratique qui se présente consiste à mettre le centre du calibre en coïncidence avec la zone marginale de l'objectif. Il suffit pour cela de remarquer que, lorsqu'on déplace le calibre le long de l'axe des lentilles de projection, l'ordre d'interférence passe par un maximum ou un minimum, lorsque le rayon considéré passe par la normale à la surface. Il suffira donc de regarder les franges au voisinage de la zone à étudier, de déplacer le calibre en profondeur, et de l'arrêter au moment où le diamètre des anneaux que l'on regarde sera maximum ou minimum.

Dans le cas de surfaces se touchant aux bords, les conditions sont beaucoup moins favorables. Nous avons calculé, tableau XXI, les aberrations permises dans le cas où le centre est en coïncidence avec les rayons marginaux, avec $a = 0,1$ mm, $\Delta r = 2$ mm. Ces tolérances sont inférieures, dans le cas considéré, aux aberrations correspondantes, — de petites quantités il est vrai.

Il faudra donc, dans le cas de très petites surfaces se touchant aux bords, un objectif suffisamment corrigé de l'aberration sphérique. Cependant, avec les rayons les plus habituels, l'optique que nous avons proposée convient dans presque tous les cas.

44. Description de l'appareil et exécution des mesures. — Nous donnons ci-contre un schéma de l'appareil que nous avons réalisé, pour des buts d'atelier. Du fait même qu'il s'agit ici de calibres, le problème est très simplifié.

En effet, il résulte de la forme même du calibre (fig. 36) que l'on peut

prendre indifféremment pour surface de référence la partie concave ou convexe.

De plus, on a la liberté, lors des retouches, de travailler la surface voulue pour obtenir le contact au centre.

Je prends un exemple. Je suppose que, sur le calibre figuré, je veuille raccourcir le rayon. On gardera telle la partie 2, concave, du calibre, et on diminuera le rayon de 1. Pour l'observation des franges, on prendra la partie 2 comme surface de référence, ce qui diminue la longueur de l'appareil. Le schéma de ce dernier sera donc le suivant (fig. 36).

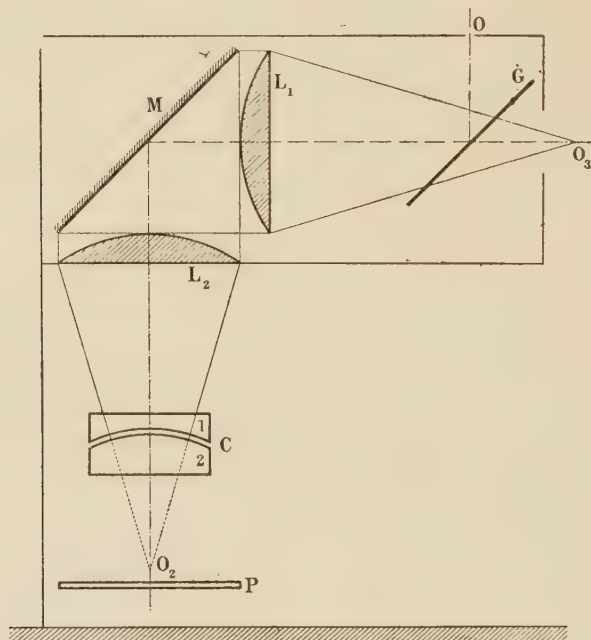


Fig. 36.

Le faisceau lumineux issu du trou O tombe sur la lentille plan-convexe L_1 , en sort parallèle, se réfléchit vers le bas grâce au miroir M, tombe sur la lentille L_2 qui le fait converger en O_2 , se réfléchit sur le calibre et revient sur lui-même jusqu'à la glace G qu'il traverse. On place l'œil en O_3 au point de convergence des rayons. La lentille L_2 porte sur sa face plane des cercles concentriques correspondant aux angles 2° , 4° , 6° , 8° , 10° . L'œil vise à l'infini sur la lentille L_2 , placée au foyer antérieur de L_1 , et y voit les franges. On pourra voir ces franges plus distinctement dans les diverses positions du calibre en plaçant en O_3 un jeu de verres convergents de différentes puissances, mais cela n'est pas nécessaire, si l'on prend un trou O suffisamment petit. Le calibre est placé sur une plateforme P, qui se déplace

parallèlement à l'axe optique de L_2 . Le réglage de la position du calibre est le suivant :

On descend la plateforme de façon que l'image O_2 se forme sur la surface même du calibre. Dans ces conditions, l'image de O_2 est confondue avec elle-même et le faisceau lumineux revient sur lui-même. Si le plan tangent en ce point n'est pas perpendiculaire à l'axe optique, le cône de rayons tourne autour de sa pointe d'un angle égal au double de l'angle du plan tangent avec l'axe optique (voir détails § 60).

Si on place l'œil en O_3 et que l'on regarde sur L_2 , la portion de surface de cette lentille commune aux deux cônes apparaîtra uniformément éclairée. On déplace alors le calibre à la main jusqu'à ce que toute la surface de la lentille soit éclairée. Puis on monte P. L'image du trou s'éloigne de O_3 et l'œil la voit venir se confondre avec les images du trou données par réflexion sur les surfaces des lentilles. Si le centre du calibre n'est pas exactement sur l'axe optique, cette image se déplace latéralement à mesure que P monte, pour venir disparaître au bord de L_2 . On la ramène au centre en déplaçant le calibre à la main sur P, et on continue à monter la plateforme, en redéplaçant au besoin le calibre jusqu'à ce que l'on voie de nouveau la surface de L_2 s'éclairer uniformément. Alors le faisceau passe par le centre du calibre, et l'on voit les franges. En montant ou descendant légèrement la plateforme P, on amène les anneaux de la zone extrême sur laquelle on opère à leur minimum de diamètre. Le cône de rayons correspondant est alors exactement normal au calibre. Il suffit de compter les franges comme nous l'avons indiqué précédemment.

Emploi de l'appareil pour les rayons inférieurs à 20 mm. — Pour les rayons inférieurs à 20 mm, on utilise le dispositif de la figure 36, en ajoutant,

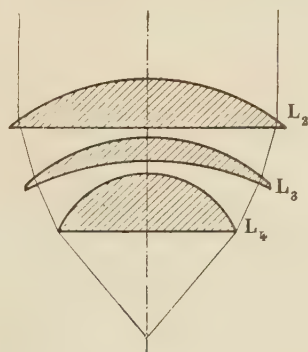


Fig. 37.

devant la lentille L_2 , le système des lentilles L_3 et L_4 (fig. 37), qui augmente l'ouverture du faisceau en utilisant les points aplanétiques du dioptré

sphérique. La face frontale de L_4 est plane. La distance frontale du système atteint 24 mm.

Les calibres seront placés sur le faisceau avec interposition de disques de verre ayant sensiblement le même indice que la frontale et que les calibres, afin que la lumière se propage en milieu homogène, ce qui évite un trop grand angle à la sortie de la frontale et simplifie beaucoup le problème de la construction.

Afin de pouvoir placer la pointe du faisceau éclairant au centre du calibre, il faut avoir des cales d'épaisseur variable (fig. 38). Cela sera facile à réaliser au moyen des cales suivantes d'épaisseurs 10, 10, 5, 2, 2, 1 mm, qui s'ajoutent comme les éléments d'une boîte de poids. Pour faire l'appoint de 0,5 mm, qui peut être nécessaire, il suffira de donner à la lentille L_1 un déplacement de 5 mm de part et d'autre de sa position moyenne.

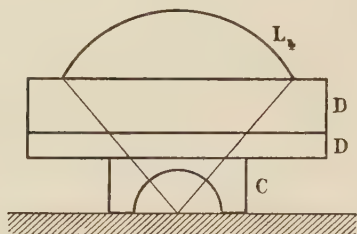


Fig. 38.

On pourra mettre entre chaque lentille et la frontale une goutte de liquide d'immersion, d'eau par exemple, ce qui diminuera les pertes de lumière par réflexion et la lumière parasite.

Remarquons que la distance frontale de l'objectif, de 24 mm, permet d'examiner les calibres de 20 mm, à condition que l'épaisseur au centre du calibre soit inférieure à 4 mm.

C) APPLICATION DES MÉTHODES PRÉCÉDENTES

45. Exécution d'un calibre de courbure de rayon donné. — L'exécution d'un calibre de courbure ayant un rayon bien déterminé, donné à l'avance, est une des opérations fondamentales de l'optique pratique. Nous avons constaté, par de nombreuses expériences faites à l'École professionnelle de l'Institut d'Optique, soit par les élèves, soit par les moniteurs, que l'emploi des interférences permet souvent de gagner un temps considérable lors de la fabrication des calibres; il donne à l'ouvrier un procédé de contrôle instantané qui fournit à un instant quelconque du travail la grandeur et le sens des écarts à corriger.

Nous pensons qu'il est utile de rassembler en un bref résumé les renseignements épars dans les chapitres précédents.

Nous supposons que les rayons des outils ont été amenés aussi bien que possible à leur valeur correcte, par exemple au moyen du sphéromètre, ou mieux du calibre de rayon. On constate que, en général, le rayon d'une surface polie exécutée au moyen de ces outils diffère d'un rayon exact d'une quantité supérieure aux tolérances. Seules font exception, en général, les surfaces réalisées au moyen d'un calibre de rayon bien fait, dont les rayons sont compris entre 20 et 100 mm et dont le rapport d'ouverture est supérieur à 1,2.

Dans tous les autres cas, sauf exceptions assez rares, il sera nécessaire de retoucher la surface obtenue, pour l'amener au rayon exact.

Nous avons vu que les premières surfaces exécutées sur une paire d'outils sont celles du calibre interférentiel. Ces surfaces étant simplement éclaircies, on détermine :

1° Le nombre de franges présentes entre les deux surfaces dans des conditions d'observation données, soit K_0 (à 1 frange près). La valeur du diamètre d'observation est fixée à 1 mm près;

2° Le rayon exact d'une des surfaces A du calibre. Le rayon de l'autre surface B s'en déduit facilement, puisqu'on a déterminé K_0 .

Soit Δr la différence entre le rayon que l'on veut obtenir et le rayon actuel de l'une des parties du calibre. Nous pouvons calculer le nombre de franges auquel correspond Δr dans les conditions d'observation que nous avons adoptées; ce nombre de franges K représente le phénomène d'interférence que l'on verrait entre la surface actuelle et une surface ayant le rayon exact que l'on veut obtenir.

Il suffira donc, pour amener la surface actuelle, A par exemple, au rayon voulu, de conduire le travail de polissage de telle sorte qu'un nombre de franges égal à $K \pm K_0$ apparaisse, dans le sens convenable, entre la surface A et la surface B.

Le mode d'observation des franges dépendra essentiellement du rapport d'ouverture de la surface.

a) Surfaces dont le rapport d'ouverture est inférieur à 0,5. On emploiera le mode d'observation en faisceau parallèle et la formule correspondante :

$$K = \frac{\Omega^2}{4\lambda} \Delta r,$$

ou, avec $\lambda = 0,0006$ mm, :

$$K = \frac{\Omega^2 \Delta r}{0,0024 \text{ mm}} = 417 \Omega^2 \Delta r,$$

Δr étant exprimé en millimètres.

Nous donnons, figure 39, l'abaque correspondant aux valeurs de K pour différentes valeurs de Ω , avec $\Delta r = 1 \text{ mm}$, valable pour la lumière blanche ou la lumière totale du mercure.

On se sert très facilement de cet abaque. On détermine à $\frac{1}{100}$ près, par exemple avec la règle à calcul, la valeur de Ω , quotient du diamètre utile du calibre par le rayon à obtenir. Il suffit de multiplier par Δr la valeur figurant sur la courbe pour avoir K .

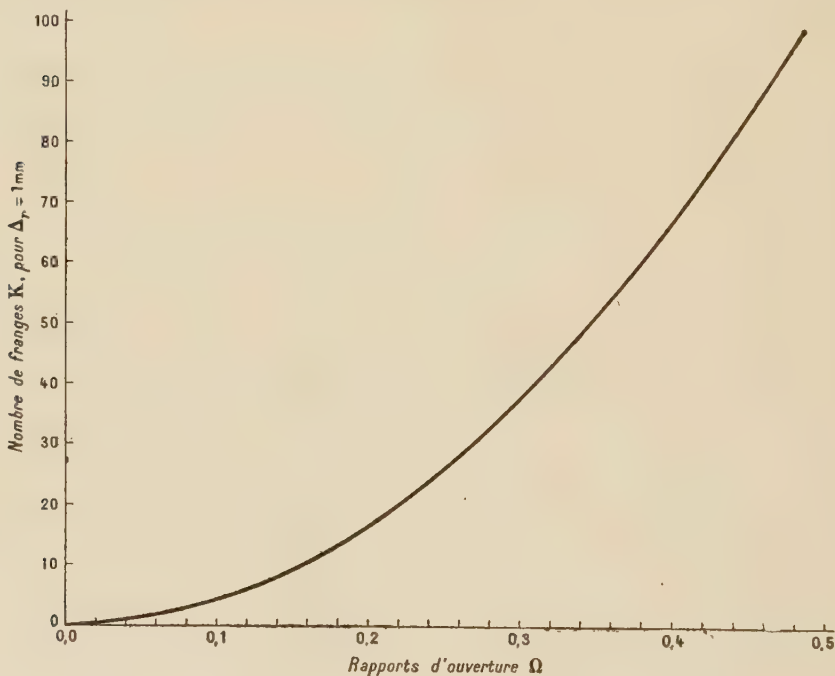


Fig. 39. — Abaque donnant le nombre de franges K en fonction du rapport d'ouverture Ω .
Valable pour les surfaces $\Omega \leq 0,5$, $\lambda = 0,0006 \text{ mm}$.

Exemple : $r = 266 \text{ mm}$; diamètre de la surface = 43 mm ; $\Delta r = 0,13 \text{ mm}$.
On a :

$$\Omega = 0,16.$$

L'abaque donne, pour $\Omega = 0,16$:

$$K_0 = 10,7,$$

d'où :

$$K = 10,7 \times 0,13 = 1,4 \text{ frange.}$$

b) Surfaces dont le rapport d'ouverture est compris entre 0,5 et 1,0.

On emploiera le même mode d'observation qu'au paragraphe précédent, mais la formule simplifiée n'est plus valable.

La formule devient (voir § 32) :

$$K = \frac{2 \Delta r}{\lambda} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{\Omega^2}{4}} \right) \sqrt{1 - \frac{n^2 \Omega^2}{4}}.$$

Nous avons tracé (fig. 40) l'abaque correspondant, pour $n = 1,50$, $\lambda = 0,0006$ mm et $\Delta r = 1$.

On se servira de cet abaque comme du précédent.

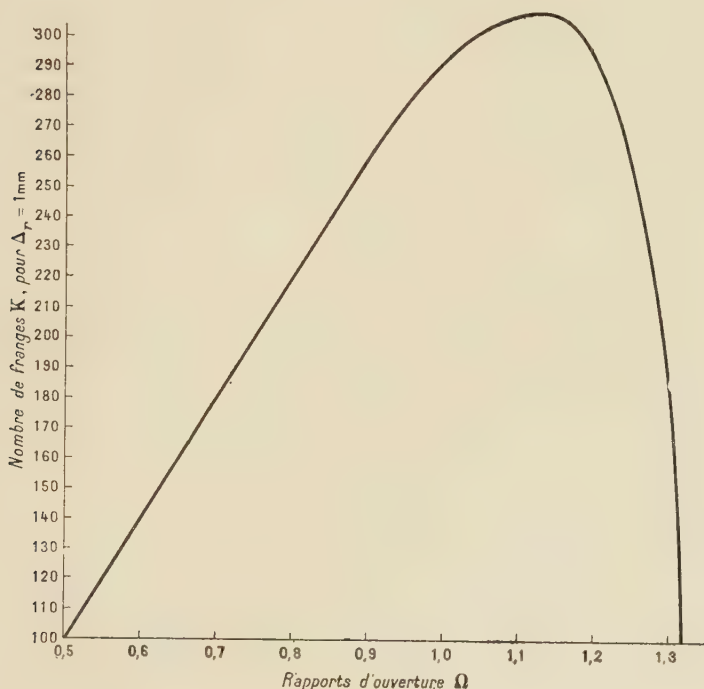


Fig. 40. — Abaque donnant le nombre de franges K en fonction du rapport d'ouverture Ω .
Courbe valable pour $n = 1,50$, lumière blanche $\lambda = 0,0006$ mm.

N.B. — On voit qu'il n'y a pas intérêt à dépasser un rapport d'ouverture $\Omega = 1,1$.

Nous ferons deux remarques importantes au sujet de cet abaque; nous voyons que le nombre de franges, en fonction du rapport d'ouverture, passe par un maximum; il sera donc nécessaire de n'observer les franges que pour des ouvertures plus faibles que celle correspondant au maximum, c'est-à-dire 1,1.

La deuxième remarque intéressante est que la courbe, dans sa partie comprise entre $\Omega = 0,5$ et $\Omega = 0,9$, peut être considérée comme très exactement rectiligne. On pourra même supposer cette propriété remplie jus-

qu'à $\Omega = 1,0$, l'erreur commise n'étant que de 1 frange sur 30, négligeable à l'atelier.

Dans ces conditions, si nous exprimons l'équation représentant cette droite, on trouvera pour K la formule simple suivante :

$$K = (407 \Omega - 104) \Delta r,$$

pour $n = 1,50$, $\lambda = 0,0006$ mm, Δr étant exprimé en millimètres.

C'est de cette formule ou de l'abaque correspondant qu'on se servira à l'atelier.

c) Surfaces dont l'ouverture est comprise entre 1,0 et 1,3, et surfaces de petits rayons donnant lieu à une observation difficile des anneaux.

On emploie alors la méthode des anneaux en lumière normale que nous avons décrite en détails au chapitre VII B.

On a, dans ces conditions, la formule extrêmement simple :

$$K = A \times \Delta r,$$

A étant une constante qui dépend de l'angle d'ouverture utilisé.

Mode d'observation pratique des franges. — Nous avons décrit, dans le cas C, un appareil convenable. Il n'y aurait pas grand intérêt à construire un tel appareil portatif, pour l'observation des franges sur des lentilles (isolées ou en blocs) en cours de travail.

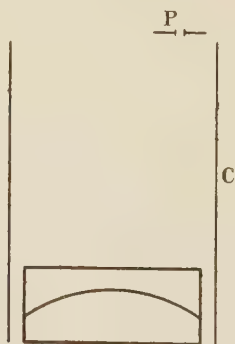


Fig. 41.

En effet, cette vérification porte surtout sur la qualité de la surface et le dispositif habituel d'observation à l'œil nu suffit.

Il n'y a donc que dans les cas de réalisation d'un calibre de rayon donné qu'il faudra un procédé bien défini d'observation des franges.

On emploiera le mode d'observation décrit § 35, mais réalisé d'une façon beaucoup plus simple. L'éclairage sera donné par un cylindre dif.

fusant (papier, par exemple) placé autour du calibre et de hauteur suffisante pour que l'image de la section supérieure de ce cylindre, donnée par les surfaces courbes du calibre, n'occupe qu'une fraction négligeable de l'ouverture numérique du calibre. La limitation convenable des faisceaux sera faite par la pupille de l'œil P, placée à l'aplomb de la région observée du calibre (fig. 41).

Cas C. — On se servira de l'appareil, figures 36 et 37. Nous donnons page 170 les résultats de retouches d'un certain nombre de calibres, exécutées dans les ateliers de l'École professionnelle de l'Institut d'Optique.

CHAPITRE VIII

APPAREILS POUR L'EMPLOI PRATIQUE DES MÉTHODES DES SPHÈRES TANGENTES, DU DIÈDRE ET DES ANNEAUX DE NEWTON

46. Introduction. — Les trois méthodes par contact que nous avons décrites s'emploient sur les mêmes appareils. En effet, toutes trois conduisent à la mesure d'une longueur (toujours inférieure en pratique à 10 cm), avec une précision absolue de l'ordre de 0,001 mm et comportent la mise en contact de la surface à étudier avec des surfaces de verre de dimensions toujours plus petites que 10 cm (calibres, dièdres ou blocs de sphères).

Ces méthodes se prêtent à deux genres de montage. Les surfaces de référence peuvent être orientées soit vers le bas, soit vers le haut. Dans le premier cas, le viseur pointant les anneaux visera de haut en bas; dans le second cas, il visera de bas en haut. A chacun de ces montages correspond un appareil; le principe de cet appareil est le même pour les deux montages, mais la construction en est assez différente. Dans le cas où la surface de référence est orientée vers le bas, un dispositif destiné à appliquer la surface à étudier contre les surfaces de référence sera nécessaire, tandis que, dans le second cas, la pesanteur remplit ce but.

A) DISPOSITIF UTILISANT DES SURFACES DE RÉFÉRENCE ORIENTÉES VERS LE BAS

Nous examinerons tout d'abord en détail le dispositif utilisant les surfaces de référence dirigées vers le bas. Ce dispositif a été construit à l'Institut d'Optique pour être utilisé sur un comparateur longitudinal. Il est en service dans les laboratoires depuis 1924. Il comprend :

- 1° Le comparateur proprement dit (fig. 42);
- 2° Le dispositif de fixation et de réglage de la surface de référence, du

dièdre ou du bloc de sphères, ainsi que de la surface à étudier. Ce dispositif comprend (fig. 42) :

- a) Un bâti;
- b) La pièce portant la surface de référence, la sphère ou le dièdre;
- c) Le dispositif portant la surface à étudier et l'appliquant contre la pièce de référence.

47. Comparateur. — Ce comparateur, très simple, a été construit à l'Institut d'Optique par M. Cojan, sur les principes de construction géométrique des instruments ⁽¹⁾. Un comparateur quelconque peut du reste convenir, à condition qu'il permette de mesurer une longueur de 100 mm, et que l'espace libre au-dessus du chariot soit suffisant. Voici le schéma de ce comparateur (fig. 42).

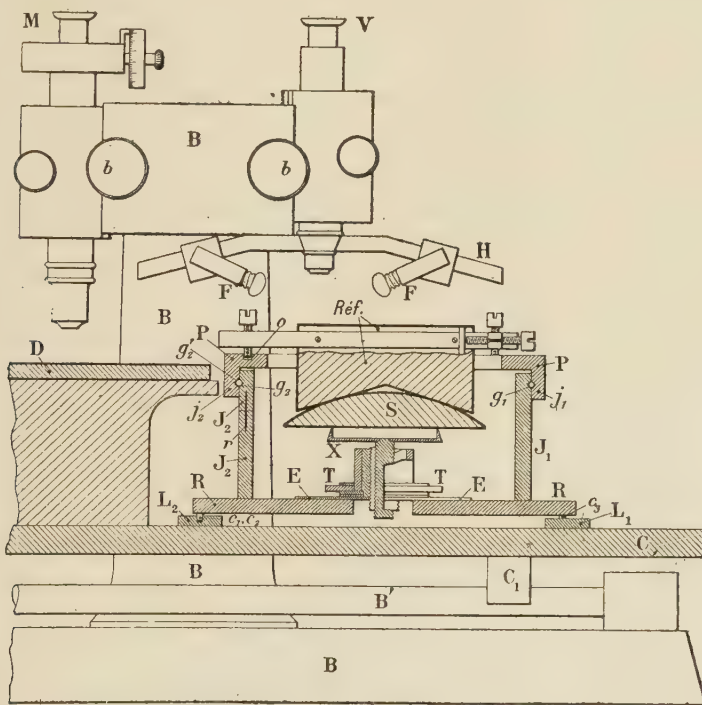


Fig. 42. — Comparateur, portant le dispositif pour la mesure des rayons par les méthodes des dièdres sphères tangentes, anneaux de Newton dans les cas des grands rayons.

Les différents organes de l'appareil sont portés par un bâti B, comprenant un socle et une colonne de fonte fixés invariablement l'un à l'autre. Le socle porte deux barres cylindriques rectifiées parallèles B', sur les-

(1) POLLARD, *Rev. Opt.*, t. 2, 1923, p. 8, 181, 317.

quelles coulisse, par un mouvement géométrique à cinq points de contact (par exemple C_1 , fig. 42), le chariot C, qui peut éventuellement être rendu solidaire d'une vis de mouvement lent, non représentée. La colonne porte le viseur V et le microscope à oculaire micrométrique M, dont les axes optiques sont parallèles entre eux, perpendiculaires à la direction de déplacement du chariot et au plan de la face supérieure de ce chariot, elle-même parallèle au déplacement. De plus, le plan qui contient les deux axes optiques est très sensiblement parallèle à la direction du déplacement. Le microscope et le viseur peuvent être déplacés le long de leur axe optique, pour la mise au point, au moyen d'un système pignon-crémaillère, commandé par le bouton b (fig. 42). La distance des deux axes optiques est un peu supérieure à la plus grande longueur susceptible d'être mesurée sur le comparateur (130 mm pour une longueur maximum de 100 mm).

Le principe du fonctionnement de l'appareil est très simple. On place la longueur L à mesurer sous le viseur, et une règle divisée D sous le microscope micrométrique. Les mises au point étant effectuées, on oriente la longueur L et la règle D de façon qu'elles soient parallèles à la direction du déplacement du chariot. Par déplacement du chariot, on amène successivement sur l'axe optique du viseur les deux extrémités de la longueur à mesurer et, à chaque pointé, on lit la règle D au moyen du microscope. La différence des lectures donne la longueur dont s'est déplacé le chariot, c'est-à-dire la longueur L .

48. Dispositif de fixation et de réglage des surfaces de référence et de la surface à étudier. — Le comparateur étant susceptible de servir à toutes sortes de travaux, nous avons groupé les éléments de ce dispositif en un petit appareil, pouvant être placé ou ôté instantanément.

Cet appareil se compose d'un bâti, auquel on peut donner les différents mouvements nécessaires pour le réglage (fig. 42, 43 et 44) supportant les pièces de référence (fig. 45 et 46) et le dispositif assurant le contact entre la sphère à étudier et la pièce de référence.

a) *Bâti*. — Le bâti repose (fig. 42), par les têtes des trois vis c_1 , c_2 et c_3 , sur les règles de métal L_1 et L_2 parallèles entre elles et perpendiculaires à la direction de déplacement du chariot C. Leur face inférieure porte deux tenons qui assurent leur fixation rapide dans le chariot C, en s'engageant sans jeu dans des trous disposés à cet effet. La face supérieure de L_1 est plane, celle de L_2 porte une rainure longitudinale dans laquelle reposent les têtes des vis c_2 et c_3 . Cela fixe l'orientation du bâti, tout en lui permettant une translation parallèle à l'axe des règles L_1 et L_2 . Ce déplacement s'opère à la main.

Le bâti comprend un socle R portant les trois vis c_1 , c_2 et c_3 et deux

flasques J_1 et J_2 parallèles entre elles. La flasque J_2 est séparée en deux parties reliées par un ressort à lame encastré r , qui tend à pousser vers l'extérieur la partie supérieure de J_2 . La face externe de ces deux flasques porte, à quelques millimètres de leur sommet, deux rainures droites, g_1 et g_2 , parallèles au socle. Sur les deux flasques, repose le cadre porte-surface de référence, P, qui peut recevoir un mouvement de translation de 8 mm de part et d'autre de sa position moyenne, dans une direction parallèle à la direction de translation du bâti.

La fixation du cadre par rapport aux flasques et son mouvement de translation sont assurés de la façon indiquée sur la figure 42.

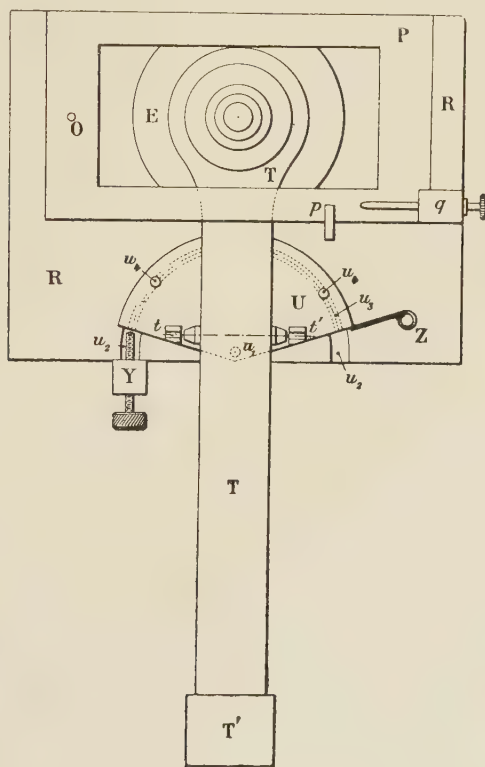


Fig. 43. — Dispositif pour la mesure des rayons par les méthodes des dièdres, sphères, et anneaux de Newton, vu par dessus, surface de référence enlevée.

Le cadre porte deux joues latérales, j_1 et j_2 . La joue j_1 porte sur sa face interne, en face de la rainure de la flasque J_1 , deux petits trous coniques voisins de ses extrémités, la ligne qui les joint étant parallèle à la rainure de J_1 . Dans chacun de ces trous, on place une bille qui repose d'autre part dans la rainure de J_1 . De même au milieu de j_2 et au niveau de J_2 , se trouve

un trou, g'_2 , et une bille. La flasque élastique J_2 joue le rôle de ressort de rappel, en maintenant fortement au contact trous, billes et rainures. Les seuls points de contact entre le bâti et le cadre sont donc les trois billes. On obtient ainsi un très bon mouvement géométrique sans aucun jeu. Le mouvement est exécuté à la main. La course maximum du cadre est limitée par un blocage approprié.

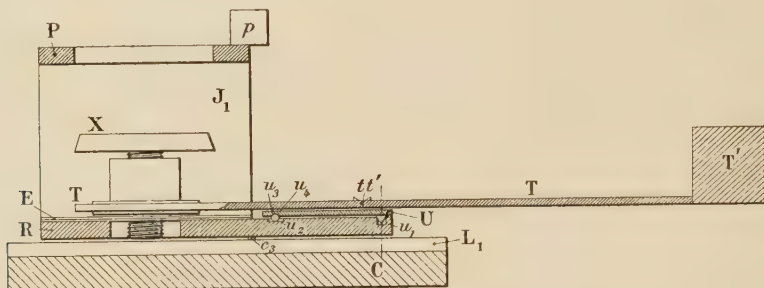


Fig. 44. — Dispositif pour la mesure des rayons (dièdres, sphères, anneaux de Newton).
Vue en coupe médiane, porté-surface excepté.

Ce cadre est destiné à porter, sur sa face supérieure, les pièces de référence. Pour cela, il porte un trou O (voir aussi fig. 43 et 44) et un plan vertical de butée p , dont nous verrons bientôt l'usage.

b) *Montage des pièces de référence.* — Chaque pièce de référence, surface plane ou sphérique, dièdre, ou bloc de sphères, est montée dans un cadre, muni de trois pattes A, B, C . Ce cadre est rectangulaire pour les dièdres et les blocs de sphères (fig. 45 *a*) et circulaire pour les surfaces de référence (fig. 45 *b*). Les pattes A, B, C sont traversées par trois vis verticales V_1, V_2, V_3 . V_1 et V_2 peuvent être enfoncées plus ou moins, au moyen d'un tournevis, et bloquées dans la position voulue, au moyen des vis v_1 et v_2 . La patte C est en outre traversée par une vis horizontale V_4 , réglable et bloquable par la vis v_4 .

Les surfaces sphériques de référence sont placées dans leurs montures, comme l'indique la figure 45 *b*. La monture est faite de façon à laisser au calibre un jeu suffisant pour qu'il ne repose que par son épaulement.

Trois valets W servent à empêcher la chute du calibre lors des manipulations. Le débordage indiqué sur la figure pouvant être fait avec une grande précision dans tous les sens, nous n'avons construit qu'une seule monture pour toutes les surfaces, mais on peut en faire autant que de calibres.

Pour fixer les blocs et les sphères, on a procédé de la façon suivante :
Sur une des joues des blocs (toujours sur les joues de la lame à faces

parallèles), suivant la plus grande longueur, on a pratiqué : un trou cylindrique o , à une extrémité, et une rainure r_1 , dirigée vers le trou, à l'autre extrémité; une rainure r_2 au milieu de la joue opposée (fig. 45 a).

Il revient au même et il est plus commode au point de vue construction de faire un trou au milieu d'une joue, et une rainure suivant toute la longueur de la joue opposée. Trou et rainures sont contenus dans un plan

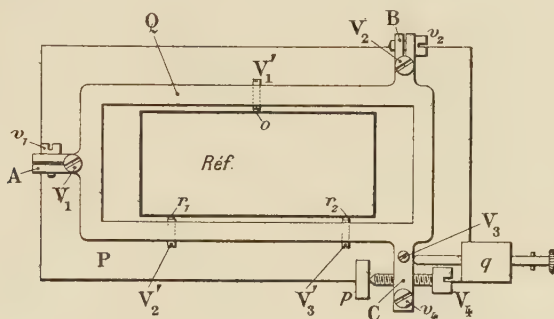


Fig. 45 a. — Porte-dièdres ou blocs de sphères.

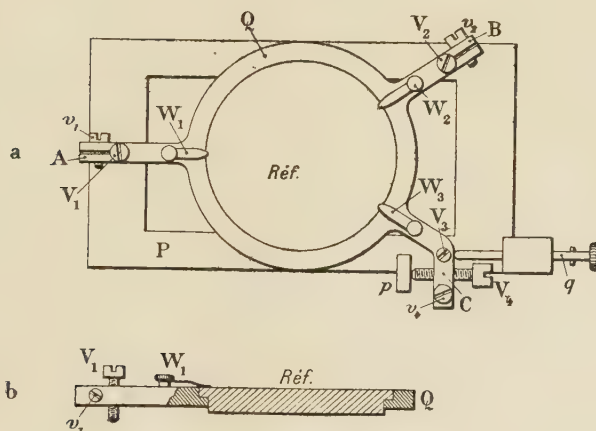


Fig. 45 b. — Porte-calibre de référence.

parallèle aux faces polies de la lame à faces parallèles. Le dièdre est fixé dans son cadre par trois vis, V_1' , V_2' et V_3' , dont les extrémités reposent dans le trou ou dans les rainures, fixant complètement le bloc.

Il serait plus correct d'avoir, au lieu de la vis V_3' , une tige coulissante dont l'extrémité serait poussée dans le trou par un ressort de rappel. Nous avons trouvé plus avantageux de mettre une vis, serrée de façon que la pièce de verre conserve un très léger jeu (au plus $\frac{1}{100}$ de mm), dans sa

monture. On est sûr, de cette façon, de n'avoir aucune déformation par frettage du verre et, d'autre part, un jeu aussi faible n'a sur les mesures qu'une influence complètement négligeable.

Ces montures reposent sur le cadre P (fig. 42, 43 et 44), le plan de ce cadre étant approximativement parallèle à la direction de translation du chariot et perpendiculaire à l'axe du viseur. Dans le trou O repose l'extrémité de la vis V_1 . Les extrémités des vis V_2 et V_3 reposent sur la surface plane du cadre. Le cadre porte en plus une butée p , contre laquelle appuie la vis V_4 . Une pompe q maintient la vis V_4 constamment appliquée contre p . Un valet, non représenté, servira, le cas échéant, à maintenir le système appliqué contre le cadre.

On voit facilement que :

— en agissant sur V_1 , on fait tourner le système autour de l'axe horizontal $V_2 V_3$;

— en agissant sur V_2 , on fait tourner le système autour de l'axe horizontal $V_1 V_3$;

— en agissant sur V_4 , on fait tourner le système autour de l'axe vertical passant par V_4 .

On a donc à sa disposition, avec une amplitude réduite mais suffisante, les mouvements nécessaires pour orienter convenablement les surfaces ou les blocs. Supposons que nous ayons effectué ce réglage et que nous ayons ensuite bloqué soigneusement les vis V_1 , V_2 et V_3 au moyen de v_1 , v_2 et v_3 ; si alors nous enlevons du cadre la monture portant son bloc, nous pouvons la replacer ensuite exactement dans la position qu'elle occupait primitivement, en posant V_1 dans le trou O, V_4 étant appuyé sur sa butée.

Si nous réglons de même tous les blocs, nous pourrions les substituer les uns aux autres, sans avoir aucun nouveau réglage à effectuer. Dans le cas où l'on n'a qu'une seule monture pour les différents calibres de référence, le réglage doit se conserver quel que soit le calibre employé.

Les calibres seront débordés de façon que le plan tangent à la surface de référence, qui est parallèle au plan d'appui de l'épaulement, touche cette surface de référence à peu près au milieu du calibre. Dans le cas du plan, on s'arrange pour que le plan de référence soit, avec une précision suffisante, parallèle au plan d'appui.

Nous placerons alors le plan dans sa monture, et nous le réglerons aussi exactement que possible, en ayant soin de plus que son diamètre utile, marqué comme nous l'avons indiqué précédemment, soit parallèle à la direction de translation du chariot. On marquera soigneusement, sur la monture, les extrémités de ce diamètre. Lorsqu'on substituera au plan une surface sphérique, on placera son diamètre utile suivant le diamètre repéré sur la monture. Cela fait, on mettra au contact de cette surface de référence une surface de rayon différent, et on réglera soigneusement

les anneaux (voir § 37), en opérant de préférence sur des franges très éloignées du centre, c'est-à-dire très fines, sans se préoccuper de pointer exactement le même anneau de part et d'autre du centre (on se placera simplement à des distances à peu près égales de chaque côté du centre).

Cette opération étant effectuée, on amènera le centre des anneaux sur l'axe optique du viseur et, après avoir enlevé la surface auxiliaire, on marquera ce point sur la surface de référence même. On tracera ensuite avec un diamant deux traits légers, se croisant sur ce point.

Le réglage d'une surface à mesurer consistera à déplacer cette surface sur la surface de référence, de manière à centrer les anneaux sur la croix tracée au diamant.

L'avantage de ce dispositif est de permettre l'emploi d'un même support pour toutes les surfaces de référence, ce qui n'est pas à dédaigner, si on en possède une certaine quantité.

Si l'on disposait d'un grand nombre de calibres de toutes dimensions, il serait préférable de faire un support permettant de recevoir des surfaces de référence de diamètres quelconques. Les vis V_1 , V_2 et V_4 seraient à tête moletée, pour permettre de faire les réglages à chaque mesure.

c) *Dispositif de contact.* — La surface à étudier est posée sur une bague X (trois bagues interchangeables de diamètres différents), dont le plan, lorsque le contact est assuré, doit être sensiblement perpendiculaire à l'axe optique du viseur; cette condition ne doit être réalisée avec une certaine précision que dans les cas de la mesure d'un grand rayon par les anneaux de Newton par comparaison avec un plan de référence.

On donne à cette bague un mouvement rapide en hauteur, en la vissant ou la dévissant dans son écrou, et un mouvement lent en faisant monter ou descendre cet écrou, fileté extérieurement, par rotation d'un second écrou commandé par la couronne E. L'écrou mobile porte un guidage, ce qui produit son déplacement sans rotation de la bague X.

Le contact entre la surface S et le ou les surfaces de référence s'opère de la façon suivante : la bague et ses écrous sont posés sur la lame rigide T, qui peut recevoir un mouvement de bascule autour d'un axe horizontal tt' (deux tourillons dans des V) et autour de l'axe vertical passant par u .

Le mouvement de bascule, de très petite amplitude, est commandé par un poids mobile T' qui se déplace le long de la lame T, permettant d'appliquer la surface à étudier contre la surface de référence avec une pression graduée à volonté.

Le mouvement autour de l'axe u , placé à une certaine distance de l'anneau, sert à donner à la surface un mouvement de petite amplitude, qu'on peut assimiler à une translation.

Il est indispensable que ce mouvement soit d'une extrême douceur.

Le dispositif indiqué sur les figures 43 et 44 nous a donné toute satisfaction à ce point de vue. La pièce U porte la lame T, par l'intermédiaire des deux V et des tourillons figurant l'axe horizontal de basculement $t t'$. Cette pièce est traversée par une vis u_1 et porte une rainure circulaire u_3 , de centre u_1 , avec profil en V. Cette pièce repose sur le socle P' par sa vis u_1 , dont la pointe est en contact avec le trou correspondant percé dans le socle; elle tourne par l'intermédiaire de deux billes u_4 qui roulent toutes deux dans la rainure u_3 du plateau U et dans une large rainure u_2 , à fond plat, taillée dans le socle R, et concentrique à u_3 . La rainure u_2 laisse les billes entièrement libres, leur guidage étant assuré uniquement par u_3 . u_2 sert principalement à empêcher la chute des billes lorsqu'on enlève la pièce U.

Dans le cas des anneaux de Newton, la rotation de U autour de l'axe u_1 s'opère avec la vis de mouvement lent Y et le ressort de rappel Z assurant le contact entre Y et U. Dans le cas des dièdres et des sphères, le ressort Z est escamoté, et le levier laissé entièrement libre. La surface à mesurer prend ainsi automatiquement sa place, en glissant légèrement.

d) *Dispositif d'éclairage*. — Pour produire les anneaux de Newton, dans le cas des surfaces de référence, dans celui des dièdres de très grand angle ou dans celui des sphères destinées à la mesure des très grands rayons, une lame à faces parallèles est montée sous le viseur.

Pour l'emploi de la méthode des dièdres et des sphères pour rayons moyens et petits, nous montons, sur le comparateur, à la place de la lame dont nous venons de parler, deux lames métalliques H (fig. 42) placées symétriquement par rapport au viseur, sur lesquelles peuvent se déplacer, dans le plan défini par l'axe optique du viseur et la direction de translation du chariot, deux petites lampes de 4 volts F, alimentées par un petit transformateur.

49. Manipulation pour la méthode des anneaux de Newton. — Nous supposons que toutes les surfaces de référence aient été réglées.

1° L'appareil que nous venons de décrire étant monté sur le comparateur, ainsi que la lame à faces parallèles d'éclairage, on met en place la surface de référence et la surface à étudier. On les applique l'une sur l'autre par le poids T', et on vérifie, à l'œil, pour les grands rayons, que le point où les deux surfaces ont un plan tangent commun est bien sur la surface de référence.

Si cette condition n'est pas réalisée, on agit sur la couronne E, si la surface en contact avec l'anneau est plane (les tourillons T T' ont été convenablement réglés une fois pour toutes). Si elle est courbe (lentille non plan convexe), on fait simplement glisser la lentille sur l'anneau X, jusqu'à ce que la condition soit réalisée.

2° On enlève l'oculaire du viseur, on regarde à l'intérieur du tube et on déplace la lampe à mercure jusqu'au moment où l'on voit l'image de cette lampe par réflexion sur les surfaces en expérience couvrir entièrement l'ouverture laissée libre de l'objectif. On remet alors l'oculaire et l'on pointe les anneaux par déplacement du viseur (c'est approximativement la mise au point sur la croisée des traits tracés au diamant sur le calibre).

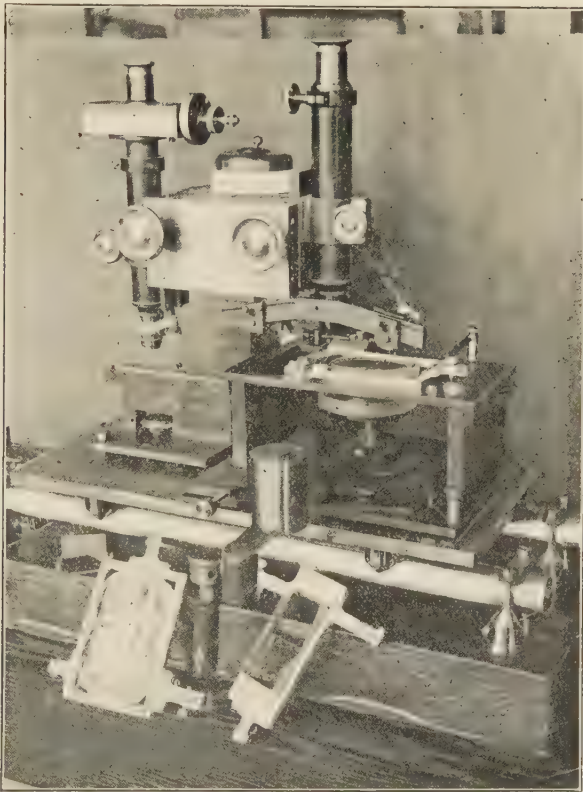


Fig. 46. — Appareil pour les méthodes des dièdres, des sphères tangentes et des anneaux de Newton.

3° En agissant sur le mouvement de translation du cadre P et sur le mouvement de rotation de la lame autour de l'axe vertical, on amène le centre des anneaux sur la croisée des traits au diamant.

4° On vérifie le réglage de l'éclairage comme il est indiqué à 2°.

5° On exécute les mesures, en faisant chaque fois les lectures sur la règle divisée, au moyen du microscope à oculaire micrométrique.

Si les surfaces ont une ouverture assez grande, bien vérifier que l'objectif est toujours couvert par la lumière issue de la lampe et, au

besoin, déplacer cette dernière de façon que cette condition soit toujours réalisée.

50. Manipulation pour la méthode du dièdre ou des sphères. —

1° *On met en place le système d'éclairage*, une lampe avec lame à 45° ou deux lampes 4 volts sur les lames H, suivant le cas. On place le dièdre ou le bloc de sphères sur la plateforme et on applique la surface de référence contre lui. Une pression assez forte (100 g par exemple) peut être employée. Elle n'a pas d'influence perceptible sur la distance des points de contact. Elle a le léger inconvénient d'élargir un peu le centre des anneaux, par déformation au point de contact.

2° *On cherche un système d'anneaux*. — Ce réglage a été décrit en détail § 20. Les lampes sont déplacées simplement à la main sur leur arc métallique. Il est commode de pratiquer sur les deux arcs des encoches, correspondant à la position correcte de la lampe pour les différents dièdres que l'on emploie, ces encoches immobilisant les lampes à l'endroit voulu; on évite ainsi tout réglage.

Il arrive parfois avec les dièdres de très grands angles (surfaces non parfaitement propres, poussières dans la rainure du mouvement de U, etc.), qu'on ne voie qu'un système d'anneaux. Il n'y a pas contact du côté où les anneaux manquent. Il suffit de pointer les anneaux visibles et de déplacer la surface, par rotation de la lame T, vers le côté où il n'y a pas contact et de s'arrêter au moment précis où l'on voit les anneaux visibles s'évanouir brusquement (parce qu'on a dépassé le contact de l'autre côté). On cesse le mouvement de la lame, les anneaux réapparaissent et il suffit de déplacer le chariot du comparateur pour voir le second système d'anneaux.

3° *On met au point un des systèmes d'anneaux*. — L'autre est au point par là même automatiquement, si la monture n'est pas dérégulée.

4° *On exécute la mesure de longueur*, en encadrant successivement les deux taches centrales noires entre les fils du réticule.

B) DISPOSITIF UTILISANT DES SURFACES DE RÉFÉRENCE ORIENTÉES VERS LE HAUT

51. **Projet d'appareil.** — Cet appareil n'ayant pas été construit, nous nous contenterons d'une brève indication (fig. 47).

Le chariot mobile est monté comme dans le comparateur déjà décrit, mais le viseur pointera vers le haut. Pour rendre la lecture commode, on le coudera une ou deux fois à angle droit (au moyen de prismes à réflexion totale ou de miroirs), suivant qu'on préfère avoir à regarder horizontale-

ment ou verticalement. Les dispositifs d'éclairage seront fixés au viseur ou au bâti. Bien entendu, les calibres, dièdres et sphères seront placés dans leur monture en sens inverse du sens adopté dans le premier appareil (faces de référence du côté opposé aux pointes des vis).

Le cadre P du montage précédent sera fixe et formé par le chariot lui-même, aménagé convenablement. Le mouvement du cadre sera supprimé, on déplacera simplement les surfaces à étudier avec la main (prendre des précautions dans le cas des anneaux de Newton, la surface doit être en équilibre de température avec le milieu ambiant).

La règle du comparateur pourra être placée soit au-dessus du chariot, soit au-dessous, si l'on tient à la symétrie de l'appareil. L'orientation du tube qui porte l'oculaire sera bien entendu la même que pour le viseur.

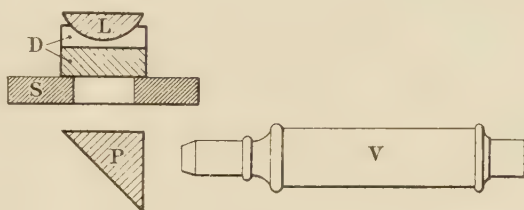


Fig. 47.

L, Rayon à mesurer; D, Dièdre; S, Plateforme percée; P, Prisme à réflexion totale; V, Viseur.

Les manipulations seront tout à fait analogues à celles précédemment décrites, tous les mouvements de la surface à étudier par rapport aux surfaces de référence étant faits à la main.

Un tel appareil a l'avantage de supprimer le dispositif destiné à assurer le contact, puisque les surfaces à étudier reposent simplement sur les surfaces de référence par leur propre poids. Il sera nécessaire par contre de prévoir un dispositif destiné à éviter les vibrations de la surface à étudier.

52. Quelques remarques au sujet des trois méthodes par contact.

Toutes les précautions, réglages, etc., que nous avons indiquées peuvent faire paraître les méthodes comme étant d'un emploi compliqué. En réalité, la méthode des anneaux de Newton, sur des surfaces de faible ouverture, est d'application un peu longue, non au point de vue des réglages, mais du fait qu'il faut compter parfois un assez grand nombre d'anneaux et exécuter un minimum de six à huit pointés. Pour mesurer un rayon par cette méthode, il faut compter, lorsqu'on est un peu entraîné, une quinzaine de minutes.

Les deux autres méthodes sont très rapides. En 5 minutes, on peut faire facilement la mise en place et les mesures sur un rayon.

Lorsqu'on aura un certain nombre de rayons à mesurer, on les classera à l'avance par catégories, nécessitant l'emploi de la même surface de réf-

rence. On arrivera ainsi à une très grande rapidité, car il n'y aura pour ainsi dire aucun réglage à faire quand on passera d'un rayon au rayon suivant d'une même catégorie.

Les instruments que nous avons décrits ont été établis pour obtenir un bon rendement, dans un établissement où l'on a à contrôler un grand nombre de rayons de courbure.

On peut exécuter les mêmes mesures avec une précision analogue, mais avec moins de rapidité, en utilisant des moyens très modestes. On pourra fabriquer, par exemple, un comparateur à glissières cylindriques dont le bâti sera complètement en bois. Les surfaces de référence seront simplement posées sur les surfaces à étudier et réglées à la main. Les seules dépenses importantes à faire seront l'achat d'un microscope à oculaire micrométrique, d'une bonne règle (divisée en $\frac{1}{5}$ de mm par exemple) et l'achat ou la fabrication des calibres, sphères et dièdres.

TROISIÈME PARTIE

MÉTHODE D'AUTOCOLLIMATION

CHAPITRE IX

EXPOSÉ DES MÉTHODES D'AUTOCOLLIMATION

53. Introduction. — Les méthodes dites « d'autocollimation » ont été autrefois très employées, et à juste titre, car elles sont excellentes. Un examen de ces méthodes nous a montré que des perfectionnements semblaient désirables. Nous avons pu mettre sur pied une méthode dont l'usage pratique est d'une extrême simplicité, tout en donnant une précision qui n'est atteinte par aucun autre procédé. Une particularité intéressante de cette méthode est de fournir un procédé très simple et précis pour localiser une surface optique et diverses applications intéressantes peuvent également être envisagées. En particulier, cette méthode convient pour la mesure des distances focales.

Les méthodes d'autocollimation ordinaires utilisent la propriété bien connue du centre de la sphère, de donner une image confondue avec l'objet. Elles peuvent se classer en deux catégories, suivant la manière dont cette coïncidence peut être appréciée.

1^o Méthodes d'oscillation. — Ces méthodes sont convenables pour les rayons moyens, mais d'une application difficile pour les rayons grands et petits (Ch. Dévé, *Rev. Opt.*, t. 2, 1923, p. 85).

2^o Méthode par pointé. — Bien que moins séduisantes au premier abord que les méthodes d'oscillation, ces méthodes, qui consistent à apprécier

cier simplement la coïncidence par égalité de netteté ou absence de parallaxe, conduisent à un appareillage et à une manipulation très simples et donnent, dans presque tous les cas, une précision très supérieure aux besoins de la pratique.

C'est de ces méthodes exclusivement que nous nous occuperons.

54. Méthode ordinaire d'autocollimation applicable aux rayons concaves. — Soit (fig. 48) S la sphère de rayon inconnu, O son centre. Nous voulons déterminer S O. Nous déplaçons en avant de S un objet éclairé quelconque (croisée de fils, C par exemple) jusqu'à ce que nous voyions l'image se confondre avec l'objet. On examine cette coïncidence au moyen

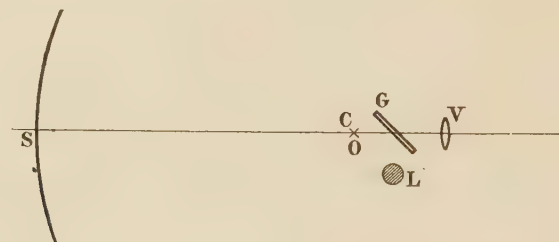


Fig. 48.

S, Surface sphérique; O, Son centre; C, Croisée de fils; G et V, Oculaire autocollimateur; L. Lampe d'éclairage.

d'un oculaire V. Il suffit ensuite par un procédé quelconque de mesurer S C pour avoir le rayon ⁽¹⁾. Il sera commode d'éclairer la croisée des fils par une glace à 45° G et une lampe latérale L. Nous aurons ainsi réalisé un oculaire autocollimateur.

55. Appareil de M. Guild perfectionné, applicable aux rayons concaves. — **Ses inconvénients.** — Nous pouvons perfectionner le procédé du paragraphe 54. Au lieu d'un oculaire, nous emploierons un microscope autocollimateur, ce qui a l'avantage de donner un pointé plus précis que l'oculaire, d'où meilleure détermination du centre de courbure et de la surface. On arrive ainsi à la méthode décrite par M. Guild (*Transactions of the Optical Society*, Vol. 22, 1920-1921, p. 127).

M. Guild indique, pour cette méthode, une précision absolue de 0,05 mm. Cette précision était insuffisante pour le but que nous nous propositions, et nous avons pensé qu'il ne serait pas difficile d'obtenir de bien meilleurs résultats, en nous basant sur les considérations suivantes :

1° L'image d'un objet placé au centre de courbure d'une surface

⁽¹⁾ On peut, par exemple, enlever la croisée de fils et déplacer l'oculaire jusqu'à ce qu'il soit au point sur la surface S, matérialisée par de la poudre de lycopode, et mesurer la distance parcourue. On peut également déplacer la surface.

sphérique est rigoureusement stigmatique. Si les surfaces à mesurer ont une grande ouverture (c'est toujours le cas pour les petits rayons), il faudra, si l'on veut obtenir toute la précision possible, utiliser un objectif de microscope d'ouverture numérique suffisante pour que le faisceau éclairant qui en est issu couvre entièrement la surface à mesurer. De plus, le grossissement du microscope devra dépasser largement le grossissement utile.

L'expérience a montré qu'il est inutile de prendre un objectif d'ouverture numérique supérieure à 0,20, lorsqu'on veut avoir des pointés à $\pm 0,001$ mm près.

2° L'emploi d'un grossissement fort et d'objectifs très ouverts, c'est-à-dire assez absorbants, nécessite un éclairage suffisamment intense. On emploiera comme source une lampe à incandescence à filament ramassé (lampe d'automobile de 50 watts, par exemple). La lampe est placée à une distance de l'objectif voisine du plan où se forme l'image réelle. Elle éclaire le microscope verticalement vers le bas au moyen d'une lame à 45° . L'image des filaments donnée par l'objectif du microscope se forme au voisinage de la croisée des fils, lorsque ceux-ci sont au point dans le microscope. La surface à étudier donne, de cette image, une image qui est très voisine de celle des fils, et qui est reprise par le microscope. On a dans le champ du microscope un éclairage suffisamment uniforme et très brillant, si l'on a soin de régler la distance de la source à la glace à 45° de façon que l'image du filament donne une plage sensiblement uniforme comme éclat, sur laquelle se détachent les fils d'araignée. On remarquera que, avec la dimension du filament des lampes employées, le champ du microscope ne sera pas éclairé en entier; il faudra régler la position de la source, une fois pour toutes, d'ailleurs, pour que la plage éclairée soit centrée sur la croisée des fils. Il est tout à fait essentiel d'éviter toute diffusion de lumière à l'intérieur du tube, en le tapissant intérieurement de velours noir, par exemple.

3° Le pointé sur le lycopode n'est pas suffisamment sûr, à cause de la trop grande épaisseur des grains. On utilisera les petites rayures qui se trouvent toujours sur une surface de verre.

4° Il faudra bien entendu que la lecture du déplacement du microscope soit faite avec une précision suffisante. Nous emploierons toujours le même procédé, règle de précision et microscope à oculaire micrométrique.

En nous inspirant des remarques que nous venons de faire, nous avons construit l'appareil dont nous donnons ci-dessous la description schématique (fig. 49).

On utilise un statif de microscope ordinaire à plateforme centrable P_1 . Sur cette plateforme, on peut mettre ou enlever la pièce C portant une croisée de fils d'araignée. Sur le porte-condenseur, on a placé également une petite plateforme centrable P_2 . La vis rapide servant à déplacer le porte-condenseur

en hauteur a été remplacée par une vis au pas de 0,5 mm, mue par un écrou à large bouton moleté V_5 . Pour éviter le jeu latéral pendant le déplacement vertical de la pièce, on a placé un ressort de rappel entre le statif et le porte-condenseur. Sur le tube du microscope autocollimateur M_1 , on a fixé invariablement une règle R , parallèle à la direction du déplacement. On pointe cette règle au moyen d'un microscope M_2 à oculaire micrométrique.

L'extrémité supérieure du tube étroit du microscope M_1 porte, immédiatement au-dessous de la lentille de champ de l'oculaire, une glace à 45° G , et une ouverture O . La lampe L , fixée au tube du microscope, sert, d'une part, à envoyer de la lumière dans l'axe du tube du microscope par l'ouverture O et la glace à 45° G ; d'autre part, à éclairer la règle R , au moyen du petit prisme à réflexion totale p .

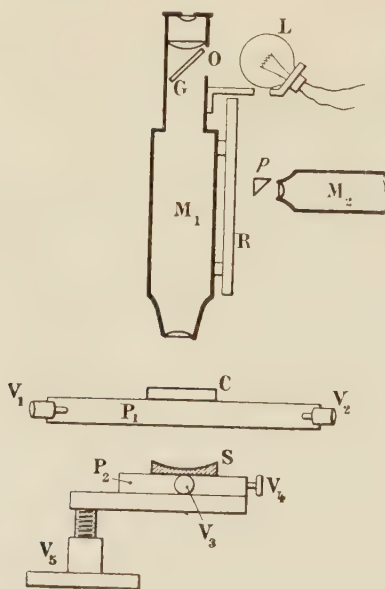


Fig. 49.

Les mesures se font de la façon suivante : sur la plateforme P_1 , on place la pièce C qui porte la croisée de fils. On met les fils soigneusement au point au milieu du champ du microscope; le centrage s'obtient par les vis V_1 et V_2 . On place ensuite la surface à étudier S sur son support, en agissant sur les vis de réglage V_3 et V_4 , on amène l'image de la croisée de fils, donnée par la surface, à être voisine de l'objet, dans le champ du microscope et, en agissant sur la vis V_5 , on la met soigneusement au point. A ce moment, le microscope vise exactement le centre de courbure de la surface; on fait la lecture sur la règle.

On enlève ensuite la croisée de fils C, et on pointe la surface elle-même par déplacement du microscope M_1 . Cette surface se reconnaît facilement aux poussières et aux petits défauts qui peuvent s'y trouver. On fait la deuxième lecture au microscope M, la différence des deux nombres trouvés donne le rayon cherché.

Résultats. — Cet appareil était employé avec un objectif de microscope de distance focale 10 mm et d'ouverture numérique 0,33. Nous avons constaté dès les premiers essais que la précision des pointés, tant sur le centre que sur la surface, était excellente. En effet, les lectures sur la règle ne variaient pas de plus de 0,001 mm, ces écarts étant manifestement dus aux erreurs d'encadrement des traits de la règle, et non à la précision des pointés.

Cependant les différentes valeurs d'un même rayon, obtenues au moyen de cet appareil, pouvaient différer entre elles de quantités atteignant jusqu'à 0,01 mm, bien supérieures à la précision observée pour les pointés. Nous avons cherché à nous rendre compte d'où pouvaient provenir de tels écarts, et nous avons remarqué que :

1^o Le fil d'araignée C pouvait avoir environ 4 à 5 microns de diamètre. Le pointé du contour du fil lui-même, fortement grossi par le microscope, ne permettait pas d'obtenir la précision de 1 μ . Il fallait chercher sur ce fil un petit défaut bien reconnaissable et faire le pointé en amenant en coïncidence ce petit défaut et son image. Or, cette opération demande une certaine attention, car toutes ces petites protubérances se ressemblent. Leur image n'est pas aussi nette que l'objet et, de plus, est renversée. Nous avons constaté plusieurs erreurs dues à des défauts d'identification de cette sorte.

2^o Au cours du pointé sur la surface, le microscope vise les rayures minuscules ou les très petites poussières qui s'y trouvent. Or, c'est là un mauvais procédé de localisation de la surface — bien qu'encore supérieur à l'emploi du lycopode. Nous avons constaté que le pointé de deux détails voisins peut différer de plusieurs microns, et que, de plus, ce pointé varie avec l'éclairage. On pointe à différentes profondeurs de la rayure, ou à différentes hauteurs du grain de poussière.

Cependant, en observant toujours le même détail de la surface, nous constatons sans aucun doute que les différentes valeurs obtenues pour le rayon diffèrent au plus de 1 ou 2 microns, ce qui montrait bien tout l'intérêt qu'il pouvait y avoir à employer des objectifs d'ouverture numérique suffisante.

Ajoutons également que la manipulation de la croisée de fils C, objet délicat nécessairement sans protection, est assez difficile.

Le principal perfectionnement à apporter à la méthode était donc de trouver un procédé sûr de localisation de la surface, et il nous a semblé

très désirable, puisque nous pointions le centre par autocollimation, de nous servir de ce moyen pour pointer également la surface.

56. Autre méthode d'autocollimation. — Appareil de Prytz. — Ses inconvénients. — Nous montrerons que l'autocollimation ordinaire échoue, mais que l'on peut tourner la difficulté au moyen de différents dispositifs.

La solution qui vient immédiatement à l'esprit est de placer, au-dessous de la glace à 45° G, une croisée de fils C sur laquelle pointe l'oculaire. L'objectif donne de cette croisée de fils une image c , qui jouera le rôle de la croisée de fils C de la figure 49.

La surface étudiée donne une image c' de l'image c , et le pointé du centre de courbure est réalisé lorsque c et c' sont amenés très près l'une de l'autre et dans le même plan, grâce à un réglage convenable de la surface. On verra alors dans l'oculaire la croisée C et son image de retour, dans le même plan et très voisines l'une de l'autre. Cette disposition est excellente pour le pointé du centre de courbure. En effet, la croisée de fils et son image ne sont plus alors grossies par le microscope, mais par l'oculaire seul; elles sont très fines et peuvent être mises au point dans leur ensemble, sans se préoccuper de leurs détails, ce qui est une grande simplification. Nous voyons également que, si l'objectif a une distance frontale suffisante, ce dispositif permet de pointer le centre des surfaces convexes.

Le pointé de la surface n'est malheureusement pas possible. En effet, l'image c de C se forme sur la surface même, et l'image c' correspondante est rigoureusement confondue avec c , quelle que soit l'orientation de la surface. Il n'est pas possible de séparer l'image de retour de l'image d'aller et, dans l'oculaire, on ne verra que la croisée C. En réalité, l'image de retour est toujours un peu élargie par la diffraction et les aberrations et avec un peu d'attention il n'est pas difficile de la mettre en évidence. Mais il n'est pas possible de s'en servir pour faire un pointé précis.

Cette solution par conséquent n'est pas satisfaisante. Une solution correcte, assez compliquée, a été indiquée par Prytz (*Annalen der Physik*, 1905, p. 735-745) (fig. 50).

Prytz sépare l'image de retour de l'objet au moyen d'un biprisme B placé sur l'objectif du microscope, l'arête du biprisme partageant l'objectif en deux parties égales. L'objet est une petite croix c tracée sur la face terminale d'une fontaine lumineuse F, face qui est perpendiculaire à l'axe optique. Les rayons correspondants tombent sur la moitié gauche de l'objectif O comme s'ils provenaient du point C" de l'axe de l'objectif. Après réflexion sur la surface S, ces rayons reviennent sur la moitié droite de l'objectif, puis sur la moitié droite du biprisme, pour venir former l'image de la croix en C' symétrique de C par rapport à l'axe de l'objectif. Ce dispositif permet également le pointé du centre de courbure, si l'on a soin de placer

l'image γ de C un peu à côté du centre de courbure, de façon que l'image c' correspondante vienne se former à côté de c . On voit que, si la distance frontale du microscope ou du viseur est suffisante, ce procédé permet la mesure des rayons des surfaces convexes aussi bien que des surfaces concaves.

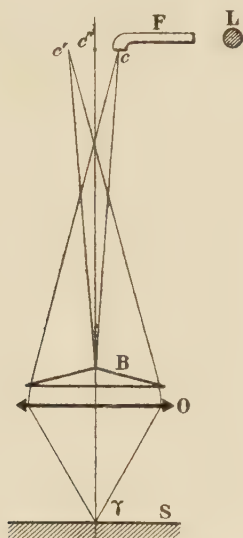


Fig. 50. — Dispositif de Prytz pour la localisation des surfaces.

Ce procédé est intéressant, parce qu'il est le premier en date qui donne la possibilité de localiser avec précision une surface optique par la méthode du microscope. Il a de graves inconvénients :

L'ouverture numérique n'est que la moitié de l'ouverture numérique de l'objectif de microscope employé, ce qui, nous le verrons plus loin, diminue sensiblement la précision du pointé (voir courbe fig 76. Appendice).

De plus, l'emploi du biprisme en dehors du minimum de déviation, et en faisceau divergent, diminue sensiblement la qualité des images.

Enfin, il n'est pas bon, pour la qualité des images, d'employer un objectif de microscope travaillant par sa moitié.

57. Nouveau dispositif d'autocollimation. — Principe de la méthode.

— Nous allons décrire le procédé que nous avons mis au point, dont les inconvénients ne sont pas sensibles vis-à-vis de ceux du système précédent, et qui s'applique aussi bien aux surfaces convexes qu'aux surfaces concaves. Ce procédé donne la possibilité de localiser une surface avec la précision qui correspond à l'ouverture numérique entière de l'objectif employé.

L'appareil est un microscope, ou un viseur de distance frontale quelconque (fig. 51).

Il porte, de part et d'autre du plan image I de son objectif, symétriquement par rapport à ce plan, deux croisées de fils, centrées sur l'axe optique. La croisée de fils (ou graticule quelconque) la plus éloignée de l'objectif, m , est placée dans le plan focal de l'oculaire H, dont elle sert à fixer invariablement la mise au point. La croisée de fils c , placée à 8 ou 10 mm de m , reçoit le faisceau lumineux issu d'une lampe L placée latéralement, faisceau qu'une glace sans tain à 45°, G, envoie, suivant l'axe optique du microscope, sur l'objectif O b, de façon à le couvrir entièrement.

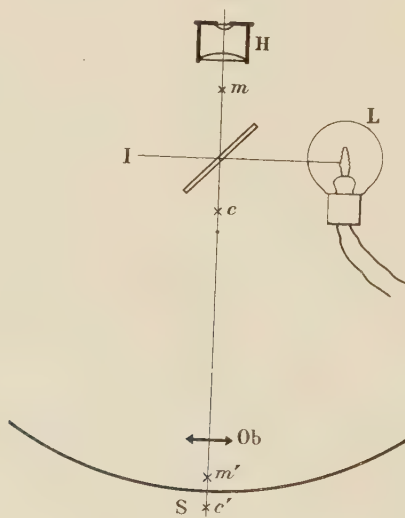


Fig. 51.

L'objectif fournit de m une image m' non éclairée, et de c une image c' éclairée. Si nous déplaçons le microscope de façon que c' soit en dessous de la surface S, jouant alors le rôle d'objet virtuel par rapport à cette surface, nous trouvons une position du microscope pour laquelle l'image réelle c'' de c' fournie par la surface S vient en coïncidence avec m' . Dans ces conditions, l'image de retour de c'' donnée par l'objectif sera vue nettement dans le plan de la croisée de fils m .

De même, nous pouvons déplacer le microscope de façon à amener m' et c' de part et d'autre du centre de la surface et nous trouvons une position pour laquelle l'image c'' de c' se forme sur m' et par conséquent où l'image de retour de la croisée de fils c se forme sur m . La distance D parcourue par le microscope, mesurée au moyen d'une règle et d'un microscope à oculaire micrométrique, est liée au rayon R par une relation simple que nous établirons plus loin.

Examinons d'un peu plus près la marche des rayons, car nous en tirerons des conséquences instructives au sujet de la construction de l'instrument.

Nous avons représenté, sur la figure 52, la marche des rayons de retour de la croisée de fils c , la pointe du faisceau correspondant étant en coïncidence avec m . On se rend compte immédiatement que la largeur du faisceau, dans le plan de la croisée de fils c , est très faible. Il sera donc nécessaire que les fils de la croisée c aient un diamètre suffisamment faible pour n'intercepter qu'une partie négligeable de ce faisceau. En effet, l'ouverture numérique de l'objectif est diminuée dans le rapport de l'aire du faisceau en $a b$ à l'aire interceptée. Calculons ce rapport, en nous basant sur des

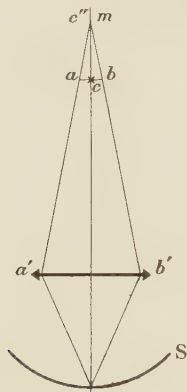


Fig. 52.

données courantes : objectif correspondant à une longueur de tube 160 mm ; $a' b' = 8$ mm et $m c = 8$ mm. On a :

$$\frac{ab}{8} = \frac{8}{164},$$

$$ab = 0,39 \text{ mm.}$$

On voit qu'un fil de 0,2 mm de diamètre diminuerait des $\frac{2}{3}$ la surface utile de l'objectif. L'emploi de fils d'araignée noircis, dont le diamètre ne dépasse pas 0,005 mm, convient parfaitement à ce genre de montage. Dans le cas examiné, un fil d'araignée de 0,005 mm de diamètre ne diminuerait la surface utile de l'objectif que de $\frac{1}{60}$ environ de sa valeur, ce qui est tout à fait négligeable.

Le pointé du centre de courbure peut être effectué sans inconvénient avec de gros fils, car il est toujours possible de faire passer le faisceau de retour à côté de la croisée de fils c .

Calcul du rayon de courbure. — Dans la plupart des cas, le rayon de courbure est égal au déplacement D qu'on a fait subir au microscope ou

au viseur pour passer de la visée du centre à la visée du sommet de la surface. Cependant, lorsque la distance $m'c' = a$ des images des croisées de fils fournies par le microscope n'est pas petite devant le rayon à mesurer, il s'introduit un terme correctif que nous allons calculer.

Déterminons la formule exacte donnant la valeur du rayon en fonction de D et de a .

Posons :

$$p = Sc', \quad p' = S'm', \quad a = m'c'.$$

On a les deux relations suivantes :

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{2}{R},$$

$$p' - p = a.$$

En éliminant p entre ces deux équations, on obtient l'équation suivante :

$$2p' - 2(a + R)p' + aR = 0,$$

d'où :

$$p' = \frac{a + R \pm \sqrt{R^2 + a^2}}{2}.$$

Désignons les deux solutions par p'_1 et p'_2 . Si a est petit devant R , l'une d'elles correspond au pointé du voisinage du centre du miroir, l'autre au pointé du voisinage du sommet.

La première opération de mesure amènera m' à la distance p'_1 de la surface; la deuxième opération à la distance p'_2 .

La distance parcourue par le microscope, c'est-à-dire la distance D lue sur la règle, sera donc :

$$D = p'_1 - p'_2 = \sqrt{D^2 + a^2},$$

d'où :

$$R = \sqrt{D^2 - a^2}.$$

On ne rencontre pas dans la pratique de rayons de courbure inférieurs à 0,9 mm. Dans tous les cas, les deux premiers termes du développement en série suffiront, car on a toujours $a \leq \frac{D}{10}$. On aura :

$$R = D \left(1 - \frac{1}{2} \frac{a^2}{D^2} \right),$$

ou :

$$R = D - \frac{a^2}{2D}.$$

58. Précision de la méthode. — Les erreurs que l'on peut commettre sont de trois sortes.

a) le microscope à oculaire micrométrique pointant sur la règle commet une erreur $d p_2$ sur la position de cette règle, c'est-à-dire du microscope autocollimateur;

b) le microscope localise la position du centre ou du sommet de la surface avec une erreur $d p_1$;

c) dans le cas où le terme en a intervient, une erreur $d a$ sur a peut altérer la valeur de R .

La question de la précision des pointés du microscope est très importante et, pour ne pas alourdir inutilement cette discussion, nous la traiterons plus loin avec quelque détail. Nous énoncerons simplement les résultats.

Le grossissement du microscope étant supposé supérieur à son grossissement utile ⁽¹⁾, la précision des pointés sur la surface dépend uniquement de l'ouverture numérique de l'objectif employé : la précision des pointés sur le centre dépend de la plus faible des ouvertures numériques de l'objectif ou de la surface. A une ouverture numérique donnée correspond toujours la même précision de pointé, quels que soient le type et le foyer de l'objectif, quelle que soit la manière dont son ouverture numérique est limitée (par diaphragme de l'objectif, ou par la surface), à condition évidemment que les aberrations soient suffisamment corrigées.

Nous donnons, fig. 85, la courbe représentant la précision des pointés en fonction de différentes ouvertures (se reporter, pour plus de détails, à l'Appendice). A cette erreur de pointé s'ajoute l'erreur de lecture sur la règle. Pour les appareils que nous avons construits, cette erreur sera de :

0,002 mm pour les rayons de surfaces	{ concaves de 0 à 500 mm. convexes de 0 à 230 mm.
0,1 mm pour les rayons de surfaces	{ concaves de 500 à 4 500 mm. convexes de 230 à 4 500 mm.

On aura, dans chaque cas, la limite supérieure de l'erreur absolue commise sur R , en ajoutant aux valeurs des erreurs de lecture le double des erreurs de pointés figurant sur la courbe figure 85. Je suppose, par exemple, une surface sphérique, rayon = 20 mm, diamètre d'ouverture = 20 mm, ouverture numérique = 0,45.

Je dispose d'un objectif de 0,33 d'ouverture numérique, dont la précision de pointé est 0,3 μ , d'où erreur correspondante 0,6 μ . Erreur de lecture sur la règle 2 μ . Erreur totale 2,6 μ . Précision relative $\frac{0,0026}{20} = \frac{1,3}{10\ 000}$.

(1) Grossissement tel que l'élargissement des fils produit par le déplacement du microscope qui correspond à sa précision de pointé soit supérieur au pouvoir séparateur de l'œil.

Il ne faut jamais perdre de vue que les résultats ci-dessus s'appliquent à des surfaces de qualité parfaite. Nous verrons (Appendice) que les précisions de pointés sur le centre de courbure sont toujours un peu moins bonnes en pratique que celles indiquées sur l'abaque, à cause des petits défauts de surface. La mesure des rayons à $\frac{1}{10\,000}$ près en valeur relative ne peut être exécutée que sur des surfaces excellentes. Inversement, la mesure de la précision de pointé au centre d'une surface, ou l'examen de l'image des fils par autocollimation, fournit un critérium de la qualité de cette surface nettement plus sensible que les interférences. On obtient de même un critérium très sensible de la qualité de l'objectif par pointé sur une surface, qui peut être considérée comme parfaite dans le petit espace utilisé, ou par pointé du centre d'une surface sphérique de bonne qualité.

Nous avons vu que le terme correctif à retrancher de la distance D mesurée est $\frac{1}{2} \frac{a^2}{D}$, pourvu que $a \leq \frac{R}{10}$, condition toujours réalisée pratiquement.

Il est beaucoup plus intéressant, si possible, de choisir l'objectif du microscope de façon que ce terme soit négligeable devant la somme des erreurs a) et b).

Deux cas sont à considérer en pratique :

1° *Surfaces concaves.* — La distance frontale des objectifs employés pouvant être aussi courte que l'on veut, on s'adresse aux objectifs de microscope, que l'on trouve tout construits sur le marché (1).

Ces objectifs correspondent à des types bien déterminés, au point de vue tant du grandissement que de l'ouverture numérique. Le choix de l'objectif est déterminé en premier lieu par la précision de pointé que l'on veut obtenir. Nous choisirons par exemple pour les rayons de 0 à 500 mm une ouverture de 0,33, donnant la précision 0,3 μ sur les pointés. Le grandissement d'un tel objectif est environ $\gamma = 16$. Si la distance des croisées de fils mc égale 10 mm, on aura :

$$a = \frac{mc}{\gamma^2} = \frac{10}{16^2} = 0,04 \text{ mm.}$$

Dans ces conditions, pour $D = 1 \text{ mm}$, on a :

$$\frac{1}{2} \frac{a^2}{D} = 0,0008 \text{ mm.}$$

(1) Ces objectifs devant être employés sans lamelle couvre-objet seront évidemment du type métallographique.

La correction sera donc négligeable pour tous les rayons de 1 mm à 500 mm et l'on aura :

$$R = D.$$

Il peut arriver que les surfaces à mesurer aient des ouvertures très inférieures à 0,33, ce qui peut provoquer un manque de lumière. Ce cas ne se produit du reste jamais pour des rayons inférieurs à 100 mm. Pour des rayons plus grands et peu ouverts, on prendra un objectif $f = 44$ mm, $\gamma = 2,7$, ouv. num. = 0,05. Alors :

$$a = \frac{10}{2,7^2} = 1,4 \text{ mm.}$$

La précision des pointés d'un tel objectif est de 0,03 mm. Il est alors inutile de faire la correction tant qu'elle reste $\leq 0,01$ mm. On détermine la limite correspondante de D par la condition :

$$\frac{1}{2} \times \frac{1,4^2}{D} \leq 0,01,$$

ou :

$$D \geq 100 \text{ mm.}$$

Pour tous les rayons compris entre 100 et 500 mm, il sera inutile de faire la correction, avec l'objectif $f = 44$ mm.

Pour les rayons de 500 à 5 000 mm, la précision de lecture sur la règle est de 0,1 mm. L'objectif précédent convient alors *a fortiori* sans aucune correction.

Nous voyons donc que, au moyen des deux objectifs précédents, interchangeables sur le tube du microscope, on peut mesurer avec la précision pratique maximum tous les rayons de courbure de surfaces concaves, depuis $R = 1$ mm jusqu'à $R = 4\,500$ mm, sans avoir à effectuer aucun calcul.

2° *Surfaces convexes.* — Le cas des surfaces convexes est plus compliqué.

Un objectif achromatique ordinaire, $f = 16$ mm, ouv. num. = 0,20, distance frontale = 5,6 mm, permet de mesurer les rayons de surfaces convexes jusqu'à 5,6 mm de la même façon que pour les surfaces concaves. Le terme correctif atteint 0,005 mm pour $R = 1$ mm. Il est donc très faible, et se calcule facilement au moyen d'un petit abaque.

Pour les rayons de 0 à 80 mm, nous avons étudié et construit un objectif de 80 mm de distance frontale et de 0,20 d'ouverture numérique, dont le grandissement $\gamma = 2,5$. On ne peut dépasser cette valeur sous peine d'allonger démesurément l'appareil. Dans ces conditions, on a : $a = 1,6$ mm, avec $m c = 10$ mm, et la correction atteint 0,13 mm pour $R = 10$ mm.

On tourne la difficulté en remplaçant les deux croisées de fils par leurs images, données par un microscope de faible puissance, qui n'est autre que le microscope servant aux pointés des rayons de surfaces concaves, armé d'un objectif convenable (fig. 53). Dans ces conditions, la distance $m'c'$ n'est plus que de 0,3 mm et la distance $m''c''$ de $\frac{0,3}{2,5^2} = 0,048$ mm, ce qui supprime toute correction. Ce même objectif, retourné, ouverture numérique 0,08, précision de pointé 0,01 mm, sert à la mesure des rayons de

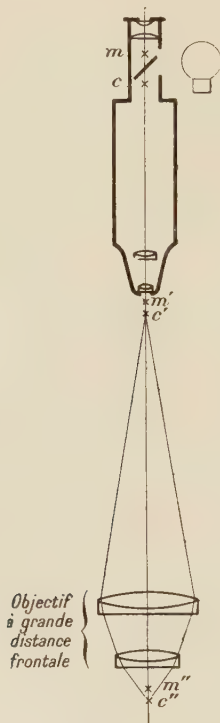


Fig. 53. — Objectif à grande distance frontale.

0 à 230 mm. Le microscope auxiliaire est alors armé de l'objectif $f = 10$ mm dont nous avons déjà parlé. On a :

$$a = 0,04 \times 6,25 = 0,25 \text{ mm.}$$

La valeur du rayon à partir duquel $a \leq 0,01$ est 3,1 mm. Les rayons mesurés allant de 80 à 230 mm, a est par conséquent négligeable.

Pour les rayons de 230 à 4 500 mm, on emploie un viseur de distance frontale 4 500 mm, $\gamma = 1/3,33$.

La précision des mesures sur la règle étant de 0,1 mm, nous fixerons à 0,05 la valeur que le terme correctif ne doit pas dépasser, pour $D = 230$ mm, et nous en déduirons la valeur de a :

$$\frac{1}{2} \frac{a^2}{D} = \frac{1}{2} \times \frac{a^2}{230} = 0,05, \quad a^2 = 0,05 \times 230 = 23, \quad a = 4,8 \text{ mm.}$$

Cette distance se prête mal à l'introduction d'une lame à faces parallèles entre les fils. On tourne la difficulté soit par l'emploi d'un microscope auxiliaire, comme dans le cas précédent, soit en plaçant les croisées de fils à la distance convenable et les éclairant toutes deux au moyen de la glace à 45° G. On donnera à m une forme nettement différente de c (trois fils par exemple), de façon à éviter les confusions. L'oculaire aura une distance frontale suffisante pour pointer la croisée de fils supérieurs m (fig. 54).

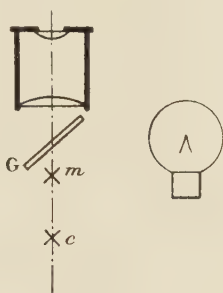


Fig. 54.

Nous voyons qu'il suffit de quatre objectifs pour mesurer tous les rayons, de surfaces concaves et convexes, de 1 à 4 500 mm, sans que le terme correctif intervienne, c'est-à-dire que l'on a dans tous les cas $R = D$.

Précision nécessaire sur la mesure de a . — Il peut arriver qu'on ne dispose pas des objectifs convenables pour supprimer le terme correctif. Il est bon alors de savoir quelle est la précision nécessaire sur la mesure de a . Autrement dit, quelle sera la variation dR du rayon produite par une variation da de a . En différentiant la formule (1) par rapport à a , on a facilement :

$$dR = \frac{a}{R} da.$$

Supposons que l'on veuille mesurer un rayon de 1 mm, avec $a = 0,1$ mm, et que l'on veuille que $dR \leq 0,0005$ mm, on trouve :

$$da = \frac{R}{a} dR = \frac{1 \times 0,0005}{0,1} = 0,005 \text{ mm.}$$

On voit que, dans ce cas extrême, la précision nécessaire pour a s'obtiendra sans difficulté. Dans le cas le plus défavorable, on a, en effet, comme nous l'avons dit précédemment :

$$\frac{R}{a} = 10,$$

d'où :

$$da = 10 dR.$$

59. Détermination de la constante a . — 1° Le procédé le plus direct et le plus précis consiste à disposer horizontalement le microscope de pointé M_1 (fig. 60), ses déplacements étant mesurés au moyen de la règle qui lui est fixée et d'un microscope à oculaire micrométrique. On place une lampe dépolie derrière l'oculaire (oculaire enlevé) de façon à éclairer les deux croisées de fils m et c . Un microscope coaxial M_3 , d'ouverture égale ou supérieure, pointe les images m' et c' de m et de c données par le microscope M_1 . Ces deux images sont amenées successivement au point dans le microscope M_3 , par déplacement de M_1 le long de son axe. Le déplacement lu par M_2 sur la règle donne la distance a .

2° Comme la précision sur la détermination de a n'a jamais besoin d'être plus grande que 0,005 mm, le procédé suivant assure facilement une telle précision, sans obliger à changer la disposition de l'appareil. On place un plan exact sur la platine du microscope ou dans le porte-surface; ce plan a été préalablement revêtu d'une couche mince d'argent, qu'on a enlevée par places. On pointe la surface comme d'ordinaire, en amenant l'image de c en coïncidence avec m . Puis on déplace le microscope de façon à amener sur m l'image de la surface même du plan, obtenue très exactement en pointant la limite de deux zones argentée et non argentée. On lit le déplacement du microscope. La distance mesurée donne $a/2$. Ce procédé s'explique de lui-même si l'on remarque que l'image dans un miroir plan est symétrique de l'objet.

3° Un autre procédé consiste à employer un petit rayon connu et à en déduire a par la formule $a = \sqrt{D^2 - R^2}$. On mesurera ce rayon par la même méthode, mais avec un objectif $f = 3$ mm, $\gamma = 60$ par exemple, — d'où $a = 0,003$ mm —, pour lequel la correction est absolument négligeable.

60. Principe du réglage. — Pour que l'image de retour de la croisée des fils c revienne dans le microscope, il faut amener le centre de la sphère à étudier sur l'axe optique du microscope. C'est là une opération délicate qui, si elle demandait trop de temps, diminuerait beaucoup l'intérêt de la méthode.

L'artifice que nous allons exposer permet de réaliser très rapidement

ce réglage, et s'applique à tous les cas où l'on doit viser avec un instrument quelconque le centre d'une sphère. Nous avons vu, paragraphes 55 et 57, que la lampe éclairant la croisée de fils c est placée à une petite distance de cette croisée de fils. Cette disposition, outre qu'elle donne un éclairage très intense, est très importante pour l'exécution rapide des réglages. En effet, tous les réglages s'effectueront, non sur une croisée de fils peu visible, mais sur le filament de la lampe d'éclairage. Il suffira, lorsque l'image de retour de ce filament sera vue au point dans le champ du microscope, d'éloigner légèrement ce dernier de la surface pour apercevoir les fils.

1° *Image de retour du filament, par pointé sur la surface* (fig. 55). — Soit F l'image du filament qui est donnée par la glace à 45° sur l'axe optique

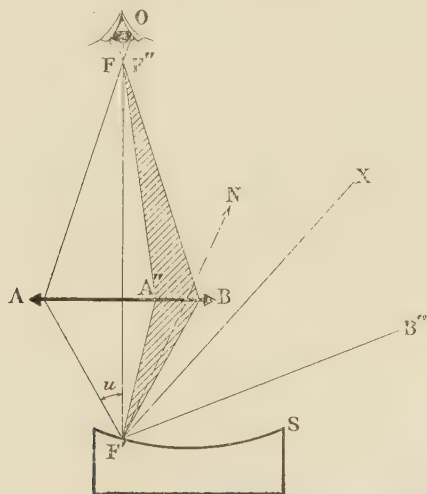


Fig. 55.

du microscope et qui nous sert d'objet. Soit F' l'image de F donnée par l'objectif du microscope et F' , $A B$ le cône de lumière issu de l'objectif et convergent en F' . Soit S la surface sphérique que nous voulons localiser. Le centre de cette surface sera sur l'axe optique du microscope lorsque le plan tangent en un point de cette surface sera perpendiculaire à l'axe optique. C'est cette condition que nous allons réaliser approximativement lors du pointé sur la surface.

Lorsque nous amenons l'image F' en coïncidence avec la surface, l'image de F' est confondue avec F' et l'objectif du microscope redonne de F' une image F'' confondue avec F .

Cette image est visible à condition que le plan tangent à la surface en F' ne soit pas trop incliné sur l'axe du microscope. En effet, la réflexion

sur S fait pivoter le cône F' , A B autour de sa pointe F' , l'axe $F' X$ du cône réfléchi F' , $A'' B''$ étant symétrique de l'axe $F' F$ par rapport à la normale $F' N$ à la surface. Tant que $\widehat{NF'F}$, angle de la normale à la surface avec l'axe, est inférieur à u , angle d'ouverture du cône F' , A B, le cône de retour a une partie commune avec le cône d'aller (partie F' , $A'' B$, hachurée sur la figure 55).

Si nous déplaçons maintenant la surface de façon que le cône de retour coïncide avec le cône d'aller, le plan tangent à la surface en F' sera perpendiculaire à l'axe du microscope, au moins d'une façon approchée. La mise en évidence de la coïncidence des cônes s'obtient facilement. On sait, en effet, que lorsque l'image d'un point lumineux, fournie par une lentille, se forme sur la pupille d'un œil accommodé sur cette lentille, l'œil voit la surface de la lentille uniformément éclairée. Si donc nous enlevons l'oculaire du microscope, et que, regardant à l'intérieur du tube du microscope, nous accommodons sur la surface de l'objectif (fig. 56), nous verrons ce dernier

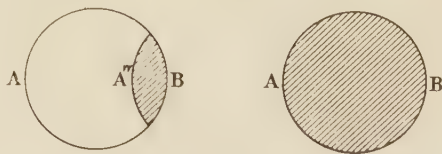


Fig. 56.

s'éclairer vivement lorsque l'image F' sera sur notre pupille, préalablement centrée approximativement sur l'axe optique. Si le cône de retour ne coïncide pas avec le cône d'aller, la surface de l'objectif ne sera pas éclairée tout entière, mais seulement dans la partie commune aux deux cônes, zone comprise entre deux circonférences de cercles se coupant (partie hachurée, fig. 56). Il suffira alors de déplacer la surface latéralement pour amener la surface de l'objectif à être éclairée tout entière, l'axe optique du microscope étant alors approximativement (ce réglage ne comporte pas une grande précision) perpendiculaire au plan tangent en F' . Ce réglage, bien que n'étant pas indispensable, est cependant très utile, parce qu'il facilite beaucoup le réglage suivant.

2^o Image de retour du filament par pointé sur le centre. — On continue à regarder la surface de l'objectif du microscope, en éloignant le microscope de la surface si elle est concave, en le rapprochant si elle est convexe. Prenons le cas d'une surface concave et supposons le centre de la sphère sur l'axe du microscope. Lorsque nous éloignons ce dernier, l'image de F' donnée par S, virtuelle et située derrière le miroir, s'éloigne progressivement jusqu'à l'infini, lorsque F' est au foyer de la surface S; puis, le micros-

cope continuant à s'éloigner, elle devient réelle et s'approche de plus en plus du miroir, pour venir se confondre avec l'objet F' lorsqu'il est au centre du miroir. L'image de retour F'' donnée par l'objectif du microscope descend dans le tube de l'objectif; passe au foyer image de l'objectif quand F'

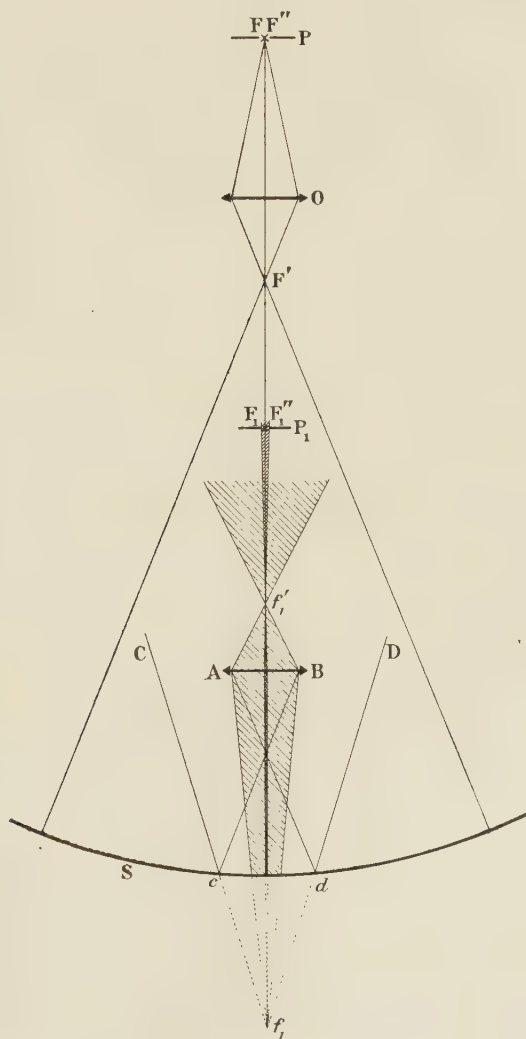


Fig. 57.

est au foyer de S; continue à descendre, traverse l'objectif, devient virtuelle en s'éloignant de l'objectif à l'infini; quand l'image de F' va de O jusqu'au foyer objet de l'objectif, si on éloigne légèrement encore le microscope de façon à mettre F' au centre du miroir, l'image, réelle cette fois, vient de

l'infini jusqu'en F. Au cours de ce déplacement, l'œil, dont la pupille P est fixée sur l'axe optique à distance constante de O, regarde la surface de l'objectif. Le cercle, violemment éclairé lorsque F' est sur la pupille, diminue très rapidement de diamètre et d'éclat à mesure qu'on éloigne le microscope de la surface, parce que l'image des filaments s'éloigne de la pupille; cette image devient minuscule et se confond avec les petites images du filament dues aux réflexions sur les surfaces de l'objectif. Le microscope continuant à s'éloigner, on voit cette image grossir de nouveau, augmenter d'éclat et, brusquement, la surface de l'objectif s'éclairer violemment et uniformément, comme lors du pointé de la surface. A ce moment, les filaments sont à peu près au centre de la sphère.

Nous avons figuré (fig. 57) la marche des rayons dans une position intermédiaire du microscope (lettres affectées de l'indice 1) et dans la position de pointé du centre de courbure (lettres sans indices). Nous avons figuré, dans la position 1, la marche des rayons pénétrant dans la pupille P₁. On voit que ces rayons forment une toute petite portion du faisceau incident (hachures). En effet, le faisceau issu de F' se réfléchit sur S (cône *f, cd*). Au niveau de l'objectif, la section du cône *f, cd* est beaucoup plus grande que celle AB de l'objectif. La lumière tombant sur l'objectif n'est pas utilisée entièrement, seuls sont vus les rayons qui pénètrent par l'ouverture de la pupille P₁.

Dans la position de pointé du centre de courbure au contraire, tous les rayons passent dans la pupille.

Supposons maintenant que le centre de la surface ne soit pas tout à fait sur l'axe du microscope (fig. 58). Nous supposons que le microscope se déplace suivant l'axe S X. L'image de F' donnée par S, soit *f*, se déplace suivant S X' symétrique de S X par rapport à S ω Y, normale en S. Soit O l'objectif, P la pupille; construisons la marche des rayons qui pénètrent dans la pupille. Le faisceau issu de O, après avoir convergé en F', tombe sur le miroir et s'y réfléchit, en divergeant du point *f*, image de F' donnée par S et située sur l'axe S X'. Les rayons du cône *f, cd* qui tombent sur l'objectif O viennent converger en *f'*, image de *f* donnée par O. Cette image n'est pas sur l'axe optique du microscope, mais sur l'axe secondaire passant par *f*. Les rayons qui pénètrent dans l'ouverture de la pupille remplissent le cône de sommet *f'* et de base P. Nous avons couvert de hachures le pinceau réfléchi des rayons utiles. On voit facilement que, pour des positions du microscope de plus en plus éloignées de S, le pinceau P *f'* s'éloigne du milieu de l'objectif et finit par ne plus rencontrer celui-ci.

L'œil regardant à l'intérieur du tube du microscope, sur l'objectif, verra, à partir de la position de pointé du sommet, l'image des filaments venir se confondre avec les images par réflexion sur les surfaces du microscope: puis, à mesure que le microscope s'éloigne de la surface, l'image des

filaments, se détachant des images centrales, se déplacera vers le bord de l'objectif, pour y disparaître finalement. En déplaçant la surface S ou changeant son orientation, il est facile de ramener au centre de l'objectif la petite image des filaments, ce qui rapproche l'axe du microscope du centre de la surface. On éloigne de nouveau le microscope; si le réglage précédent est exact, l'image grossit en restant centrée; puis l'ouverture de l'objectif s'éclaire brusquement, indiquant que l'image des filaments est sur la pupille.

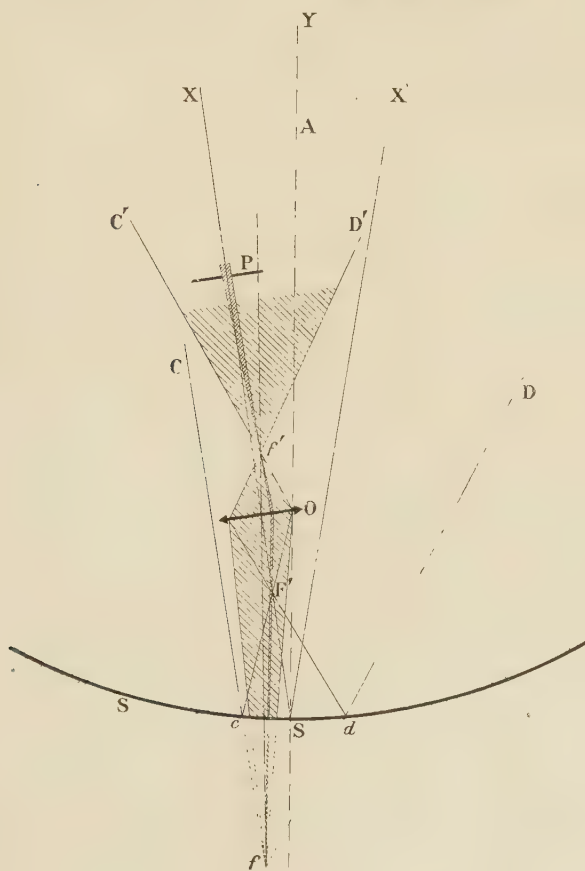


Fig. 58.

Si le réglage n'est pas exact, l'image des filaments se décentre de nouveau. On la centre autant de fois qu'il est nécessaire pour obtenir le réglage exact.

Nous allons résumer les opérations de cet excellent mode de réglage, en rappelant que ces opérations sont beaucoup plus rapides à exécuter qu'à décrire.

1° Mettre la surface devant le microscope ou le viseur, et amener, à l'estime, la pointe du faisceau sur le milieu de la surface;

2° Enlever l'oculaire, regarder l'objectif et déplacer légèrement le microscope, jusqu'au moment où l'on voit une partie de l'objectif vivement éclairée. Déplacer la surface sur un plan perpendiculaire à l'axe du microscope jusqu'à ce que toute la surface de l'objectif soit éclairée;

3° Éloigner le microscope de la surface en suivant des yeux la petite image des filaments. La centrer au moment où elle va disparaître jusqu'à ce que l'on voie de nouveau l'objectif entièrement brillant;

4° Remettre l'oculaire, déplacer l'objectif pour mettre au point les filaments, éloigner légèrement l'objectif de la surface pour voir les fils. Les centrer par déplacement de la surface. On fait alors le pointé correspondant, puis le pointé de la surface.

Axer le filament sur la croisée des fils. — Nous savons que, avec le mode d'éclairage adopté, une petite partie du champ du microscope est éclairée. On risque de ne pas voir les fils, ou d'en voir une portion très éloignée de l'axe de l'instrument, si le cône ayant le filament pour sommet et l'objectif pour base ne les rencontre pas, où les rencontre loin du point de croisée. Ce cas se présente en général lorsqu'on se sert pour la première fois d'un instrument, la position de la lampe n'étant pas réglée. La première opération consiste à s'assurer que le faisceau issu de la lampe tombe bien sur l'objectif, ce que l'on vérifie facilement en ôtant l'oculaire. On pointe ensuite l'instrument sur une surface quelconque et, l'oculaire étant en place, on met l'image des filaments au point, et on la centre dans le champ du microscope. Si la croisée de fils est elle-même centrée, le réglage est terminé. Ce réglage est du reste effectué une fois pour toutes.

Modification du dispositif autocollimateur à deux croisées de fils. — Le dispositif à deux croisées de fils, tel que nous l'avons décrit, est d'un emploi pénible pour l'observateur pour deux raisons.

1° Le dispositif habituel d'une croisée de fils ne suffit pas à fixer l'accommodation d'un œil jeune, qui a toujours tendance à suivre l'image, mobile de la croisée de fils de retour. Nous remplacerons la croisée de fils *m* (fig. 51) par un test occupant une place tout à fait prépondérante dans le champ de l'instrument, l'image mobile de retour ne prenant qu'une place suffisamment faible pour ne pas solliciter l'attention de l'œil. Ce résultat est atteint en remplaçant la croisée de fils *m* par une plaque de verre argentée sur laquelle on a enlevé l'argent par places, laissant subsister un grand nombre de lignes opaques et irrégulièrement distribuées.

2° Les fils de la croisée de fils objet *c* (fig. 51) ont un diamètre (0,005 mm) nettement inférieur à la tache de diffraction correspondant à leur image de retour. En effet, d'après les mesures que j'ai effectuées, cette tache possède un diamètre de 0,015 à 0,020 mm, suivant les objectifs; il en résulte une

image de retour fort peu contrastée et difficile à pointer. Il sera avantageux de remplacer la croisée de fils c par un petit nombre de traits sombres sur fond clair obtenus comme précédemment au moyen de verre argenté, mais dont la largeur atteindra 0,1 mm, avec des espaces clairs qui pourront être plus étroits. On pointe le bord des taches sombres ou les petits intervalles clairs. Une telle largeur ne pouvant convenir au dispositif que nous avons décrit (§ 57), nous modifierons notre montage en plaçant l'objet entre la lampe d'éclairage et la lame à 45° (fig. 59), que nous semi-argenterons pour ne pas dédoubler les images.

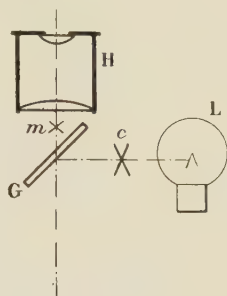


Fig. 59.

Il pourrait sembler avantageux d'employer comme objet une mince fente lumineuse, facile à pointer grâce à ses franges de diffraction. Un tel dispositif a l'inconvénient de rendre très délicats les réglages au voisinage du centre de courbure, à cause de son peu de lumière.

Ce montage permet d'obtenir à volonté la coïncidence optique entre m et c (fig. 59), le pointé correspondant alors à la coïncidence rigoureuse de m et de c avec la surface. Ce dispositif supprime toute correction, la distance lue étant exactement égale au rayon. Il peut avoir l'inconvénient, lors du pointé de surfaces rayées, de gêner considérablement l'observateur qui voit en même temps les défauts de surface et l'objet qu'il pointe. Il faut prendre garde également que l'image de c donnée par l'objectif peut être plus rapprochée de l'objectif que l'image m . Alors le terme correctif $\frac{1}{2} a^2 D$ devient additif, par suite du changement de signe de a .

CHAPITRE X

DESCRIPTION DES APPAREILS EN SERVICE A L'INSTITUT D'OPTIQUE

Nous allons décrire maintenant les appareils que nous avons construits à l'Institut d'Optique sur le principe que nous venons d'exposer. Le premier en date et le plus simple est l'appareil représenté figure 49, auquel on a supprimé simplement le dispositif de mouvement lent vertical placé sous la platine.

A) MICROSCOPE POUR LA MESURE DES PETITS RAYONS

61. Microscope pour la mesure des rayons de surfaces concaves et convexes de 0 à 80 mm (fig. 60). — M_1 est le microscope de pointé, à l'inté-

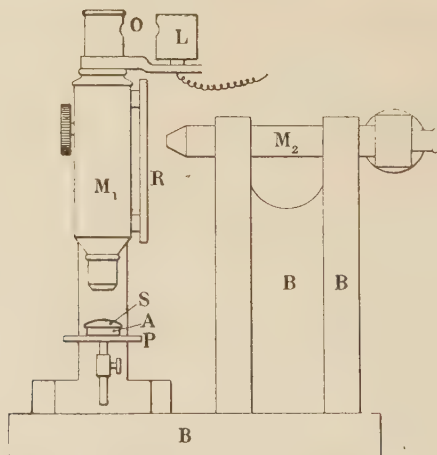


Fig. 60.

rieur duquel sont placées les deux croisées de fils et la glace à 45°, l'éclairage étant fourni par la lampe L. La règle de précision R est fixée sur M_1 et pointée par le microscope M_2 à oculaire micrométrique (1 division du

tambour = $1\ \mu$). La platine centrable a été remplacée par une plateforme P qu'on peut déplacer verticalement à la main, ceci pour que l'on puisse utiliser toute la course du microscope pour des lentilles d'épaisseur quelconque ⁽¹⁾. La lentille à mesurer est placée directement sur la plateforme, si sa face inférieure est plane. Sinon on la place sur un anneau A posé sur P. Les déplacements dans le plan horizontal s'exécutent à la main. Le statif M_1 et le microscope M_2 sont reliés invariablement par un solide bâti en bois B.

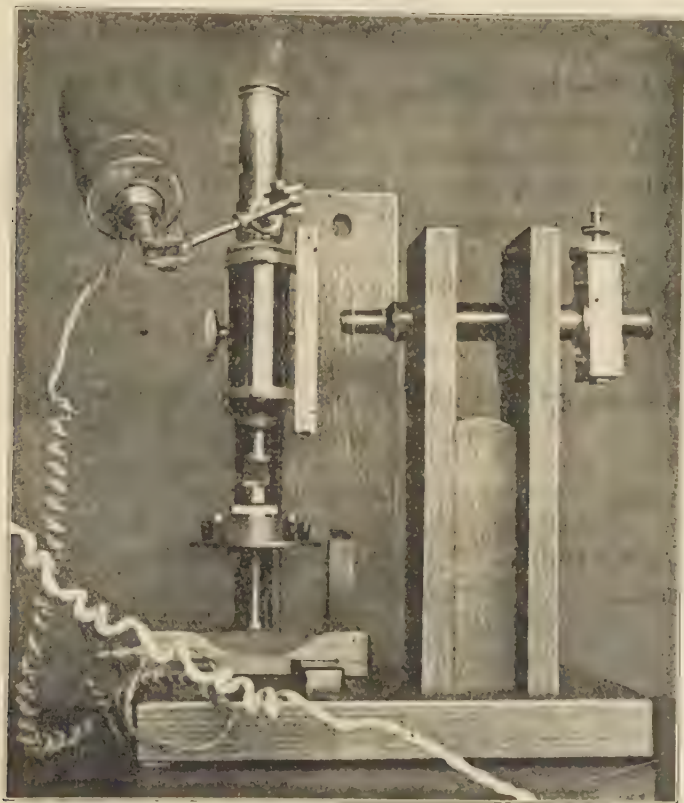


Fig. 61. — Vue photographique de l'appareil.

Bien que nous ayons construit d'autres appareils plus perfectionnés, ce petit instrument très simple est toujours employé à l'Institut d'Optique. En effet, la disposition verticale du tube est très pratique, surtout pour les surfaces ou calibres de petits rayons, qu'il suffit de poser sur la plateforme P, alors qu'avec un microscope horizontal il faudrait les fixer dans un mandrin, opération difficile ou impossible avec de très petites pièces.

(1) La suppression du mouvement lent de centrage est sans inconvénient, les personnes utilisant cet appareil ayant pris l'habitude de ne pas s'en servir.

Nous employons cet appareil avec deux objectifs.

1^o Un objectif $f = 16$ mm, $ON = 0,20$, distance frontale = 5,6 mm. Cet objectif assure la précision absolue de $2\ \mu$ pour les rayons de surfaces concaves de 0 à 80 mm et pour les rayons de surfaces convexes de 0 à 5,6 mm (surfaces d'ouverture $\geq$ à celle de l'objectif, bien entendu). Il faut faire la correction pour les rayons inférieurs à 10 mm.

2^o Un objectif $f = 44$ mm, distance frontale = 60 mm, $ON = 0,05$, assurant la précision absolue de $30\ \mu$ pour les rayons de 5,6 à 60 mm, ce qui fournit le $\frac{1}{1000}$ en valeur relative à partir de 30 mm. La correction est nécessaire pour tous les rayons.

Les deux appareils suivants sont destinés à assurer la mesure de tous les rayons, de surfaces concaves et convexes, de 1 à 4 500 mm.

Un premier appareil assure la mesure des rayons de surfaces concaves de 0 à 500 mm et convexes de 0 à 230 mm. Il est désigné sous le nom de banc de 50 cm.

Un deuxième appareil assure les mesures depuis les valeurs précédentes en surfaces concaves et convexes, jusqu'à 4 500 mm.

B) BANC DE 50 CM POUR LA MESURE DES RAYONS DE SURFACES CONCAVES DE 0 A 500 MM ET CONVEXES DE 0 A 230 MM

62. Schéma. — Cet appareil comporte un axe de visée horizontal. Il comprend les organes principaux suivants :

1^o Le banc d'optique formé d'un socle A portant deux barres parallèles de diamètre 40 mm (fig. 62);

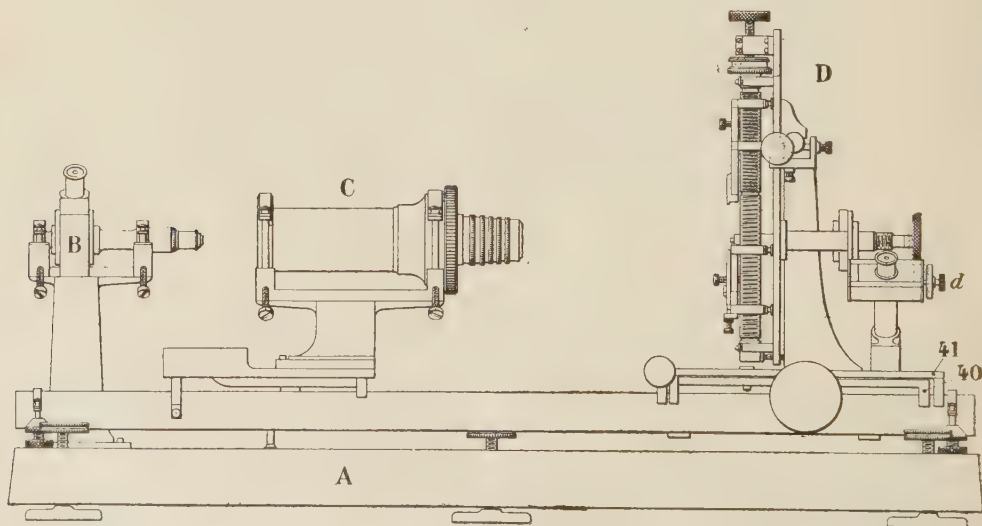


Fig. 62.

2° Le microscope de visée à axe horizontal, qui est lié invariablement au bâti;

3° La règle divisée, non représentée, fixée également au bâti;

4° Le mandrin porte-surface D, mobile, auquel est fixé le microscope de lecture *d*.

Examinons ces différentes parties de l'appareil (fig. 63).

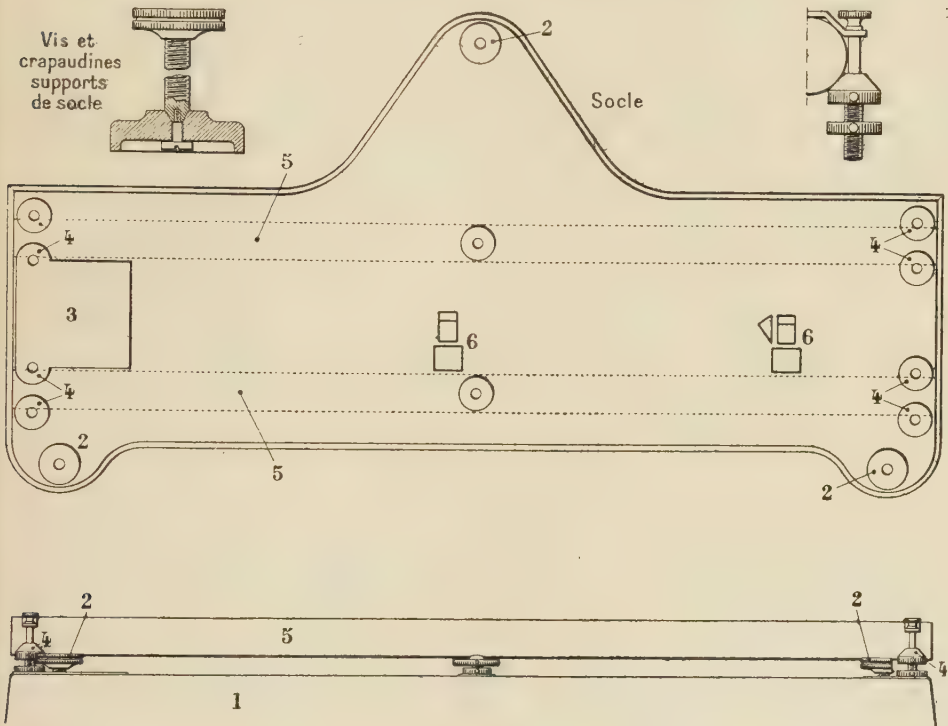


Fig. 63.

Le bâti 1, socle très rigide en fonte, reposant sur le sol par trois vis et crapaudines 2, porte :

la colonne support de microscope de visée 3;

les vérins supports de barres 4 et les barres 5, en pointillé;

les deux V supports de règle 6, portant la règle;

les deux piliers de fixation de la crémaillère servant au déplacement de la surface et cette crémaillère, non représentés;

le trolley d'amenée du courant d'éclairage de la règle, les transformateurs et interrupteurs de courant, non représentés.

Les autres parties de l'appareil sont des chariots mobiles sur les barres.

63. Microscope de pointé. — Il se compose de deux parties distinctes :

a) le microscope proprement dit B (fig. 62) est porté par la colonne 10 (fig. 64), qui vient se fixer sur le bossage 3 de la figure 63, et sert à la mesure des rayons de surfaces concaves, ou des petits rayons de surfaces convexes (distance frontale faible) avec objectifs courants de microscope. Ce microscope est monté géométriquement (fig. 64), sur pointes de vis 13 permettant tous les réglages nécessaires pour amener son axe optique à être parallèle à l'axe des barres de coulissage. Il est coudé à angle droit, et sa partie oculaire repose par son poids sur la pièce 12. L'observateur regarde ainsi à 45° vers le bas, position très favorable à l'observation. La coupe (fig. 64 a) et les vues (fig. 64 b) suffiront amplement à le décrire. Nous employons généralement les deux objectifs $f = 16$ mm, O N = 0,20 et $f = 44$ mm, O N = 0,05, pour les rayons supérieurs à 100 mm;

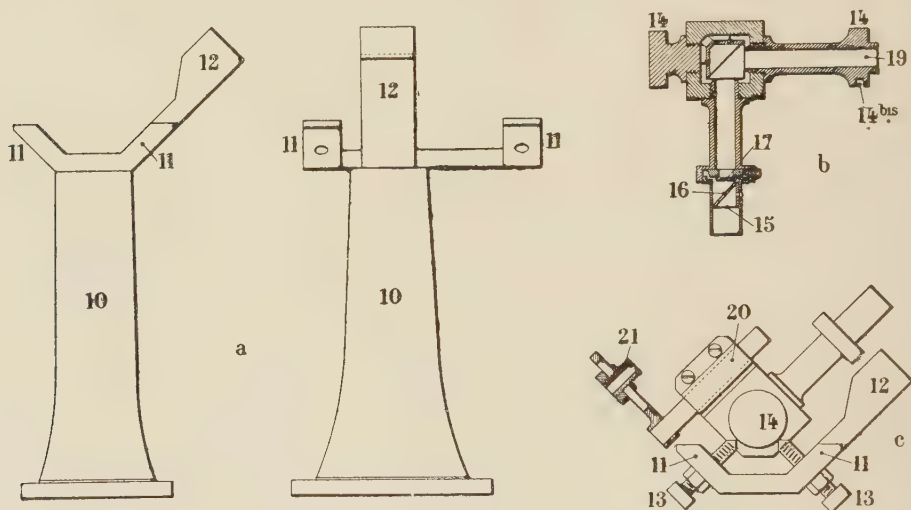


Fig. 64.

b) pour les rayons convexes, nous employons la disposition décrite schématiquement figure 53 et représentée sur la figure 62 (ensemble B et C). Le microscope précédent B joue le rôle de microscope auxiliaire. L'objectif C de distance frontale 80 mm et d'ouverture 0,20 (34, fig. 65) est vissé dans le tube 33 lui-même fixé, par pointes de vis permettant les réglages, sur la colonne 31 fixée au plateau 32, qui repose par des V 30 sur les barres. L'objectif a été réglé, par les vis, de façon que son axe optique soit confondu avec celui du microscope B et de façon que les images des croisées de fils fournies par B soient dans le plan-image de l'objectif. Le plateau porte-objectif est immobilisé dans cette position par la tige à ressort 30 bis portée par un des V 30 supportant le plateau, et venant s'engager dans une rainure

pratiquée à cet effet dans la barre correspondante. L'ensemble C est donc mis en place ou escamoté très rapidement. Sur les figures 62 et 65, l'objectif est représenté dans la position où sa distance frontale est de 80 mm. Sa monture 35 (fig. 65 *b*) porte un double filetage, qui permet de le retourner par rapport au tube 33. En déplaçant le plateau 30 sur les barres, on amène les images des fils à 80 mm de la face correspondante de l'objectif, qui a alors une distance frontale de 230 mm. Cette nouvelle position du plateau est fixée une fois pour toutes, comme précédemment, par une rainure pratiquée dans la barre.

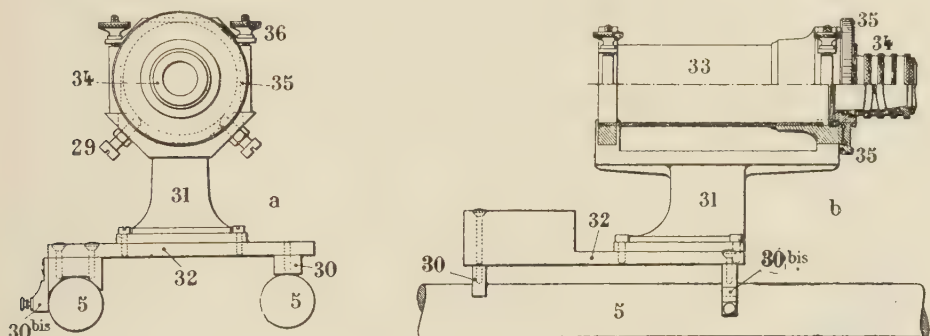


Fig. 65.

En résumé : pour les rayons de surfaces concaves, on emploie le microscope B seul, avec objectif $f = 16$ mm, $O N = 0,20$ et $f = 44$ mm, $O N = 0,05$ (sans correction au-dessus de 10 mm; on suppose les rayons inférieurs mesurés sur le microscope vertical précédemment décrit);

pour les rayons convexes, on place, devant le microscope précédent, armé de l'objectif $f = 16$ mm, l'objectif spécial C, retourné ou non suivant la distance frontale désirée, le plateau étant fixé à la rainure correspondante.

64. Règle. — Règle de 500 mm, divisée sur argent de 0,2 mm en 0,2 mm, non chiffrée. La chiffraison est obtenue au moyen d'une réglette de qualité courante, qui est fixée sur la tranche de cette règle, et qu'on lit au moyen d'un index.

65. Mandrin porte-surfaces (fig. 62 D). — Le mandrin porte-surface coulisser sur les barres. C'est en effet le déplacement de ce mandrin, pour passer du pointé du centre à celui de la surface, qui donne la valeur du rayon. Ce déplacement est mesuré au moyen d'un microscope d fixé au chariot porte-mandrin, et pointant sur la règle liée au bâti.

Le mandrin est monté sur un chariot 41 coulissant sur les barres (fig. 66), lié lui-même à un autre chariot 40 par rapport auquel il peut recevoir un mouvement lent. Ces deux chariots coulisent sur les barres par cinq points de contact, deux V et un cylindre comme d'ordinaire (40 *bis* et 41 *bis*). Le chariot 40 (fig. 66, coupe *a b*) est muni d'un dispositif de blocage, comprenant une pièce de laiton à trois branches 42, qui vient s'appliquer contre les barres à l'aplomb des points de contact du chariot. Ce mouvement est obtenu par la vis à filets contraires 43 et la manivelle 44 que l'on fait tourner d'un quart de tour. La colonne 43 *bis* sert de guide à la pièce 43.

Le chariot inférieur reçoit un mouvement rapide, au moyen (fig. 66, coupe *c d*) du pignon 46 et de la crémaillère 47. La crémaillère, taillée sur métal mince (2 mm), est tendue dans le vide entre deux colonnes liées au bâti. Elle garde donc une certaine élasticité. On obtient un excellent mouvement sans aucun jeu en rappelant la crémaillère contre le pignon, au moyen d'un galet à ressort 48 roulant sur la face opposée à la crémaillère.

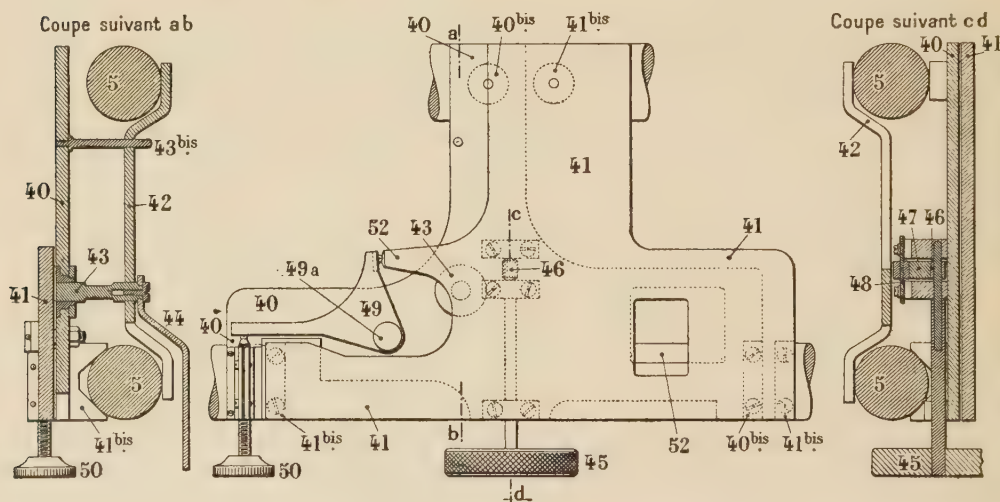


Fig. 66.

Le sous-chariot 40 est relié au chariot supérieur porte-mandrin 41 par un dispositif permettant d'animer ce dernier d'un mouvement lent. Le sous-chariot porte un axe court 49 *a*, sur lequel vient tourner le levier 49 commandé par la vis 50, tournant dans l'écrou à rattrapage de jeu 51. Une des extrémités du levier porte sur la tête de la vis, par l'intermédiaire d'une bille; l'autre, également par l'intermédiaire d'une bille, porte sur un appendice 52 du chariot supérieur. Les deux chariots et le levier sont fortement maintenus en contact par un ressort de rappel situé au-dessous, et non représenté sur les figures.

Le levier tourne autour de son point fixe au moyen de deux têtes de vis à 90° . Son plan est maintenu perpendiculaire à l'axe de rotation, grâce à des rainures du levier qui sont pratiquées en ses points d'application et où s'engagent les billes dont nous avons parlé. Le mouvement est ainsi rendu indépendant de toute excentricité de la vis de commande. Le levier a une démultiplication de 2 fois environ.

Lorsque l'on veut déplacer le chariot, on agit donc sur le bouton 45 qui commande le pignon. Puis on bloque au moyen de la manivelle 44 tournée d'un quart de tour, et on agit ensuite sur le bouton 50 qui donne le mouvement lent. Le chariot supérieur 41 porte l'ouverture 52 par laquelle passe le microscope de lecture *d*. Une ouverture correspondante est faite dans le chariot inférieur.

Le mandrin proprement dit (fig. 67) est porté sur le chariot supérieur par la pièce de fonderie 60, sur laquelle est fixée la cornière épaisse 61 qui

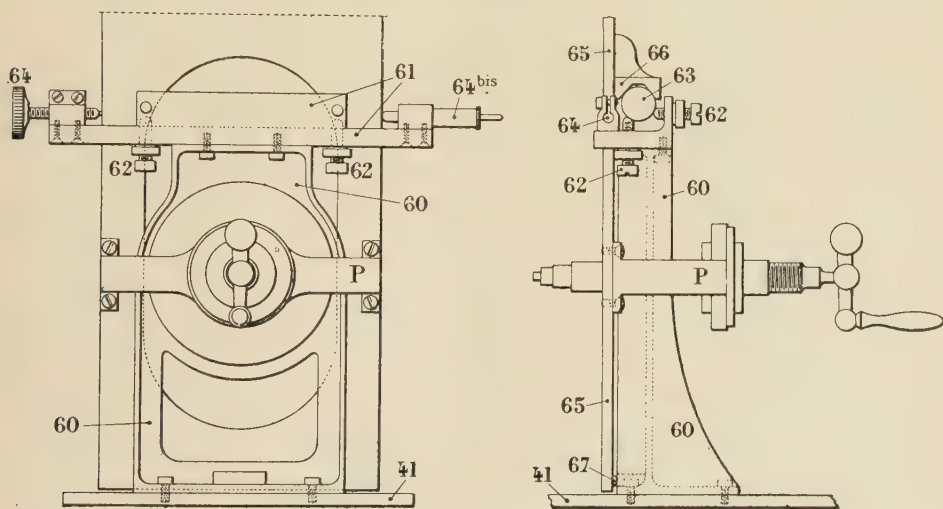


Fig. 67.

reçoit, sur les vis 62, la barre 63, que l'on peut orienter grâce à ces vis. La cornière porte également la vis 64 et la pompe 64 *bis*, qui servent à faire mouvoir sans jeu le cadre porte-mâchoires 65. Ce cadre est suspendu par son poids, au moyen des V 66, à la barre 63. Sa partie inférieure porte une vis de butée réglable, qui s'appuie sur une facette de la pièce de fonderie. Le cadre peut donc recevoir, au moyen des vis 62, 64 et 67, tous les genres de mouvement possibles de faible amplitude.

Le principe du mandrin est le suivant. Considérons un V (fig. 68), d'angle 2α et, dans ce V, un disque de rayon $\frac{D}{2}$. Si nous voulons que les

centres de disques de différents rayons restent toujours au même point, par translation du V le long de sa bissectrice, on voit facilement que, lorsqu'on passe d'un rayon $\frac{D_1}{2}$ à un rayon $\frac{D_2}{2}$, le déplacement x du V sera égal à :

$$x = \left(\frac{D_1}{2} - \frac{D_2}{2} \right) \frac{1}{\sin \alpha} \quad (\text{triangles OAB}).$$

Il suffit donc de choisir $\frac{1}{\sin \alpha}$ de façon que x et la différence des rayons soient dans un rapport simple.

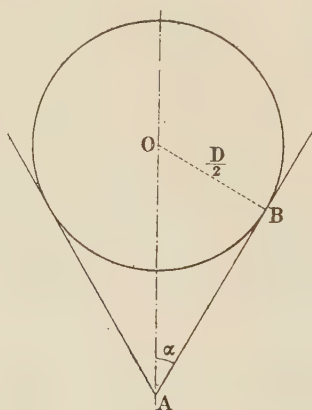


Fig. 68.

Dans le premier mandrin de ce type, exécuté à l'Institut d'Optique par M. J. Cojan, on lisait le déplacement du V sur une règle convenablement divisée. Il suffisait de mesurer, au moyen d'un pied à coulisse ou d'une réglette, le rayon du contour de la surface, et de déplacer l'index sur la division correspondante pour que la surface, étant en place dans le V, soit centrée.

Nous avons perfectionné ce dispositif initial en le rendant automatique, ce qui évite la mesure du diamètre. Grâce au moyen de construction précis dont nous disposions, il nous a été possible de réaliser le centrage automatique de la surface non seulement en hauteur, mais encore en orientation.

Le mandrin se compose alors (fig. 69) d'un V 68 qui assure deux points de contact avec la surface, et d'une pièce 69 assurant un troisième point de contact suivant la bissectrice de l'angle du V. Si le mouvement relatif des deux pièces mobiles est convenablement établi, chaque surface, lorsqu'elle sera serrée entre les points de contact, sera en même temps centrée.

Nous avons vu tout à l'heure comment se calcule le mouvement à donner au V. Le mouvement du troisième point de contact est évidemment tel que :

$$x = \frac{D_1}{2} - \frac{D_2}{2}.$$

Dans le mandrin que nous avons construit, les deux parties du mandrin V 68 et point de contact 69, sont liées par une vis 70 portant deux filets

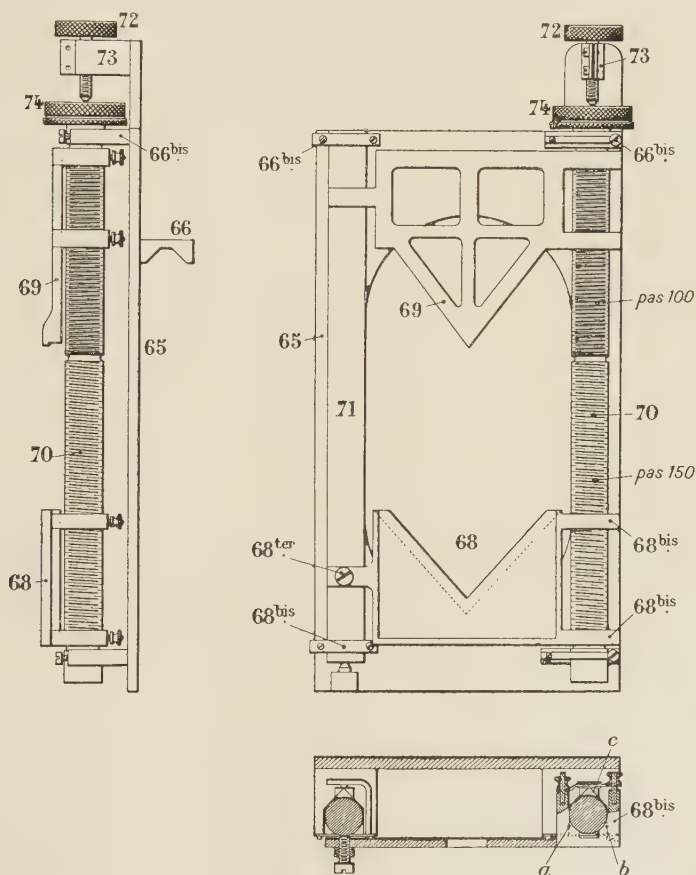


Fig. 69.

à pas contraires, la partie déplaçant le point de contact au pas de 1 mm, la partie déplaçant le V au pas de 1,5 mm. Suivant qu'on tourne le bouton moleté dans un sens ou dans l'autre, les mâchoires s'écartent ou se rapprochent. L'angle du V est calculé en conséquence, et possède du reste un petit réglage à mouvement lent permettant de l'obtenir très exactement (non représenté sur les figures).

Il suffit de serrer modérément la surface dans le mandrin pour que celle-ci soit réglée en position.

Il est possible de régler également en orientation. Pour cela les sections du V et de la pièce assurant le troisième point de contact ont la forme indiquée sur la figure 70. La lentille est centrée en position par la face d'appui A B, tangente au cylindre de débordage.

Elle est centrée en orientation, par appui de son bord contre la surface A C pour une surface concave; par contact avec l'arête C pour une surface convexe. Ce réglage est réalisé lorsque le plan qui contient les trois surfaces d'appui A C est exactement perpendiculaire au plan des barres.

On voit que la surface ne pourra être correctement placée que si la lentille ou le calibre est convenablement débordé. Dans le cas contraire, l'emploi du mandrin a l'avantage de réduire considérablement la durée du réglage.

Les détails de construction sont indiqués sur la figure 69. Le cadre 65 porte quatre V. Deux de ces V portent la vis à filets contraires, qui peut tourner dans un écrou 68 *bis* lié aux mâchoires en entraînant celles-ci. Cet écrou est en deux pièces 68 *bis* (fig. 69), chacune comportant deux surfaces filetées *a* et *b* touchant la vis à 120°, appuyées sur la vis par ressort de rappel, par l'intermédiaire de la petite pièce filetée C.

Les mâchoires ont, d'autre part, chacune un point de contact 68 *ter* sur la barre cylindrique 71, portée par les deux V restants 66 *bis*.

La vis à filets contraires, supportant les deux mâchoires, est restée lisse à ses deux extrémités et peut coulisser de 15 mm environ sur les V qui la supportent, entraînant ainsi un déplacement d'ensemble des deux mâchoires. Ce mouvement est obtenu par la vis 72, tournant dans l'écrou 73, fixé lui-même à la pièce porte-mâchoires 65. Le mouvement est transmis au moyen d'une butée à billes située à l'intérieur du bouton moleté 74. Cette butée supporte vis et mâchoires, qui tendent à descendre sous l'influence de leur poids. Cette vis 72 et la vis 64 seront employées pour amener le centre de la surface sur l'axe du microscope, au cas où la mise en place du mandrin ne suffirait pas.

Enfin, le chariot porte-mandrin porte le microscope à oculaire micrométrique *d*, qui sert à lire les déplacements sur la règle fixée sur le socle.

66. Réglage de l'appareil. — La première opération à faire est le réglage du mandrin.

a) Réglage de la fixité du centre de la surface prise dans le mandrin.

On exécute, sur un bon tour, trois disques de métal, dont la partie cylindrique est bien exactement perpendiculaire au plan des faces. Sur une des faces on s'arrange pour que l'outil laisse une petite proéminence, exactement centrée. Diamètres 100, 50 et 10 mm, épaisseur 5 mm. Toutes les vis

du mandrin étant au milieu de leur course, on place dans les mâchoires le disque de 10 mm. On repère la position du centre de ce disque avec la pointe d'un trusquin, puis on le remplace par le disque de 100 mm. Si la proéminence de ce dernier disque est plus haute que le trusquin, il faut augmenter l'angle du V, et inversement si elle est plus basse. Si la proéminence est maintenant plus à gauche, la bissectrice de l'angle du V est inclinée sur la gauche par rapport à l'axe de déplacement, et il faut faire pivoter l'ensemble du V vers la droite.

Pour la correction de hauteur, on fait tourner les deux vis de réglage du V de la même quantité dans le même sens, ce qui change l'angle sans changer la position de sa bissectrice.

Pour la correction à droite ou à gauche, on fait tourner les vis de la même quantité en sens inverses, ce qui fait pivoter l'angle sans changer sa valeur. Par ces deux mouvements, on ramène la proéminence en face du trusquin. Puis on recommence le réglage, car il a produit un très léger déplacement du disque de 10 mm. Ensuite, le réglage est parachevé en visant la proéminence avec le microscope de pointé. Le disque de 50 mm est utile dans le cas où le déplacement trop fort du disque de 100 mm ferait sortir l'image du champ.

b) Les faces d'appui A C (fig. 70) du mandrin doivent être dans un même plan, parallèle à l'axe de déplacement des mâchoires. On vérifie

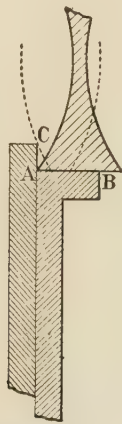


Fig. 70. — Coupe des pièces formant le V et le 3^e point de contact du mandrin, montrant comment est exécuté le centrage d'une lentille dont la surface à mesurer est concave (trait plein) ou convexe (trait pointillé).

qu'il en est ainsi par autocollimation sur un plan de 20 mm de diamètre et sur un plan de 100 mm de diamètre. On ne doit pas constater de déplacement de l'image de retour. On effectue ce réglage à la construction, en retouchant à la lime la hauteur des écrous des mâchoires.

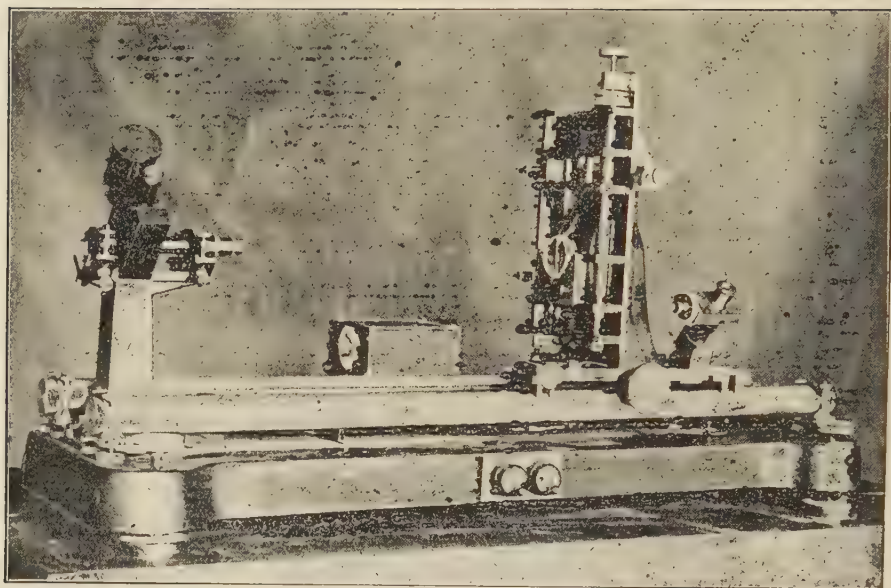


Fig. 71. — Banc de 500 mm. Mesure d'une surface concave.

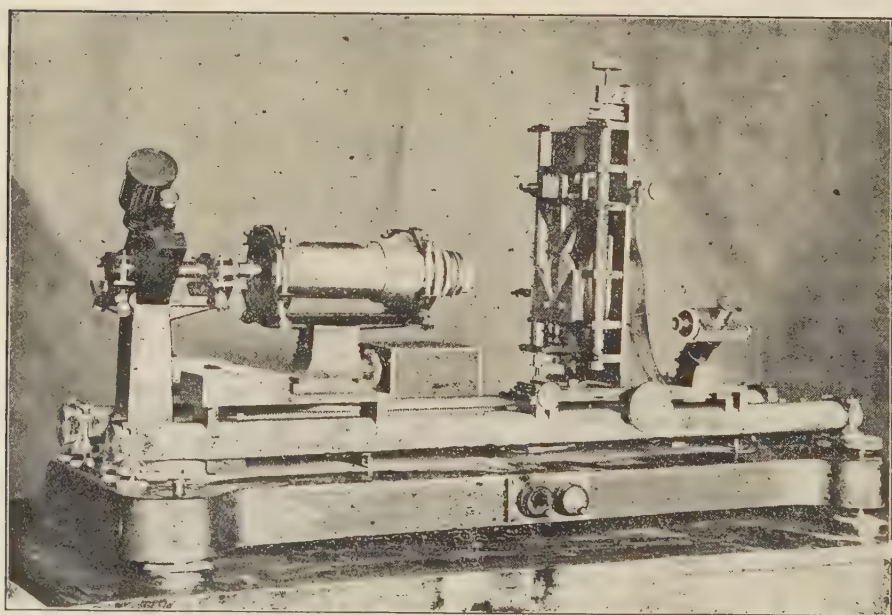


Fig. 72. — Banc de 500 mm. Mesure d'une surface convexe.

c) Les mâchoires sont maintenant réglées. Il faut, en déplaçant le cadre 65, soit par les vis 62 supports de barre 63, soit par la butée 67, rendre le plan d'appui de la surface perpendiculaire à l'axe de la barre directrice. Nous avons pointé tout à l'heure le microscope sur le centre de la surface prise dans le mandrin. Nous plaçons dans le mandrin une surface de 50 mm de diamètre, 500 mm de rayon environ. Le microscope étant éclairé, nous cherchons l'image de retour des fils (voir § 60) en déplaçant le cadre (barre et butée). Nous sommes certain alors que la ligne qui joint le milieu de la surface à son centre de courbure est perpendiculaire au plan d'appui, ou, ce qui revient au même, est parallèle à la barre directrice.

Réglage du microscope. — Le microscope est correctement pointé, mais son axe optique peut être sensiblement incliné sur l'axe de déplacement de la surface. On fera pivoter le microscope, en conservant les fils au même point du champ, jusqu'à ce que, en enlevant l'oculaire et regardant sur l'objectif (ouverture 0,20), on voie le cercle éclairé dû à la surface (ouverture 0,10) aussi bien centré que possible sur le cercle de l'objectif.

Réglage de l'objectif pour rayons de surfaces convexes. — On place dans le mandrin une surface, diamètre 50 mm, rayon de courbure 100 mm. On déplace le gros objectif, de façon à voir l'image de retour des fils, et on l'oriente de façon que l'image soit aussi bonne que possible.

Au cours des réglages, on n'a pas touché aux vis 64 et 72. On repèrera leur position, position de réglage zéro.

67. Exécution des mesures. — Aucune différence avec le précédent appareil. On enlèvera l'oculaire, mais ce sera pour constater que la surface est bien placée. Le mandrin automatique permet de gagner la moitié du temps de la mesure. Si la surface est mal débordée, on agit sur les vis 64 et 72. Mais ce sera toujours un très petit déplacement. Puis on pointe le centre et la surface comme d'habitude.

68. Mesure des distances focales. — Nous ne dirons qu'un mot de cette question, qui sort de notre sujet. L'appareil précédent est parfaitement adapté à la mesure des distances focales. La pièce P étant enlevée, on fixe un collimateur au socle de l'appareil, qui permet alors de mesurer les distances frontales ou les distances focales vraies par la méthode de Cornu, le pointé de la surface et de son image pouvant être fait soit par emploi du lycopode, soit par autocollimation.

C) BANC DE 4 500 MM

69. Schéma. — Il est plus économique, dans le cas d'un banc aussi long, de laisser la surface fixe et de déplacer le microscope de pointé.

On évite ainsi, au prix d'un léger inconvénient (l'observateur travaille debout), la construction d'un mouvement rapide et lent de précision commandé à distance.

L'appareil comprend trois parties :

le banc proprement dit;

le dispositif assurant les pointés, qui se compose soit d'un microscope à petite distance frontale pour les rayons de surfaces concaves, soit d'un viseur à distance frontale 4 500 mm pour les rayons de surfaces convexes; le mandrin porte-surface.

70. Banc. — Le banc se compose de deux barres cylindriques parallèles, de 40 mm de diamètre et de 5 m de longueur. Ces barres sont portées, de mètre en mètre, par les pièces 2 de la figure 74, reposant sur la

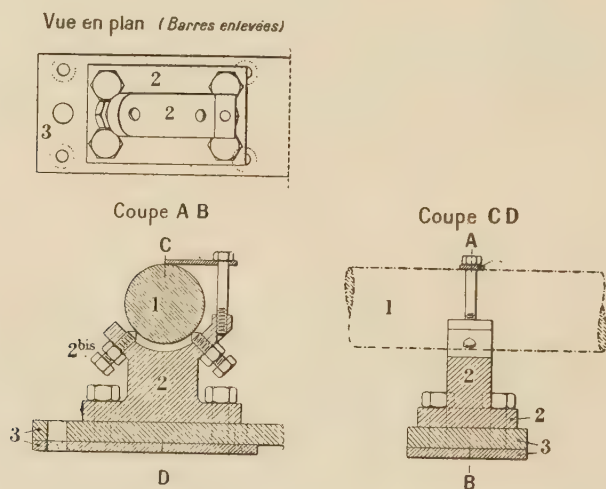


Fig. 74.

semelle 3, elle-même fixée à un pilier en maçonnerie (six piliers). Les vis réglables 2 *bis* servent à faire varier l'orientation de la barre, ou même à la redresser lorsqu'elle possède une légère déformation, ce qui permet d'amener les barres à être bien rectilignes et parallèles. Chaque semelle porte également une pièce porte-règle 4, supportant la pièce 5, d'acier étiré, longue de 5 m. Les vis 4 *bis* servent à régler la pièce 5 parallèlement à la barre directrice. La règle 6 a 5 m de longueur en deux tronçons de 2,50 m; elle est divisée en millimètres au 1/20 de mm près; elle est fixée sur la pièce 5 (fig. 76).

71. Dispositif assurant les pointés (fig. 75, 76, 77). — Le microscope et le viseur s'interchangent sur le même dispositif de déplacement

longitudinal. Ce dispositif se compose d'un plateau inférieur 10, coulissant sur les barres du banc par cinq points de contact, quatre cônes 11 sur la barre directrice et une sphère 12 sur l'autre barre. Ce plateau porte lui-même un petit banc d'optique, deux barres cylindriques 13 parallèles à celles du grand banc et portées par les cônes 14. Sur ces barres coulisce un second plateau 20 par cinq points de contact (cônes 21 et sphère 22). Le déplacement possible est de 30 mm; il est commandé par la vis mobile 15 qui se

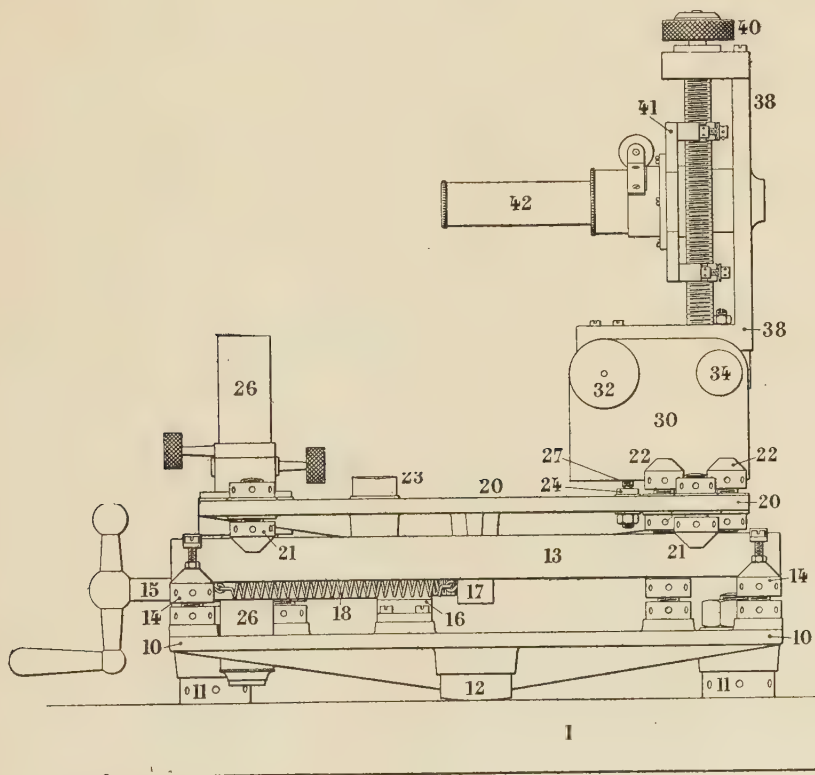


Fig. 75.

déplace dans l'écrou 16 fixé au plateau inférieur, et dont la tête appuie sur la butée 17 par l'intermédiaire d'un goujon non représenté. Un double ressort de rappel 18, placé symétriquement par rapport à la vis, lie les deux plateaux l'un à l'autre. Le plateau supérieur peut donc recevoir un mouvement rapide, par déplacement à la main de l'ensemble des deux plateaux, et un mouvement lent, par déplacement du plateau supérieur au moyen de la vis 15.

Le plateau supérieur porte le microscope 26, qui assure les lectures de

la règle divisée. Il porte une simple croisée de fils et permet d'apprécier le 1/10 de millimètre, ce qui est largement suffisant.

Le plateau supérieur porte ensuite les pièces recevant les appareils destinés à assurer les pointés.

a) *Microscope pour les rayons de surfaces concaves.* — Le porte-microscope se fixe au moyen de trois têtes de vis 27 (fig. 75 et 76) dans trois cra-

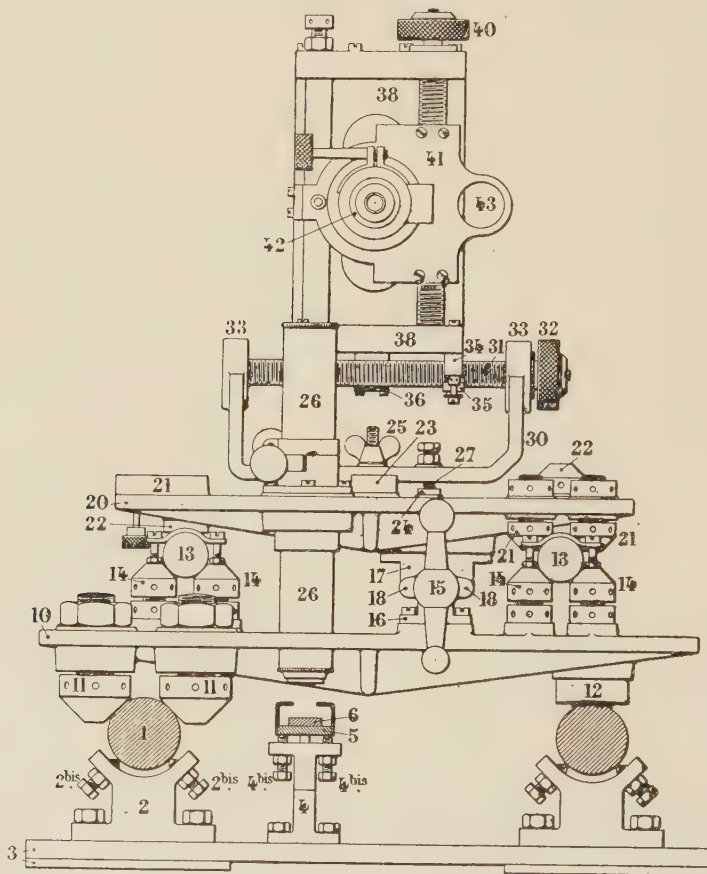


Fig. 76.

paudines à trou-trait-plan 24. Un écrou à oreilles assure le blocage. Le microscope est muni de deux mouvements assurant son déplacement dans deux directions perpendiculaires à l'axe du banc, l'une horizontale, l'autre verticale. En effet, la surface à mesurer étant hors d'atteinte, c'est par déplacement du microscope que s'effectue le réglage.

La pièce 30 en U porte une vis 31 commandée par le bouton moleté 32

et tournant dans des paliers à billes, et une barre cylindrique 34 parallèle à l'axe de cette vis. Le plateau repose par deux demi-écrous fendus, avec ressorts de rappel; ces demi-écrous agissent sur la vis 31; il y a donc quatre surfaces de contact sur la vis. Le cinquième point de contact

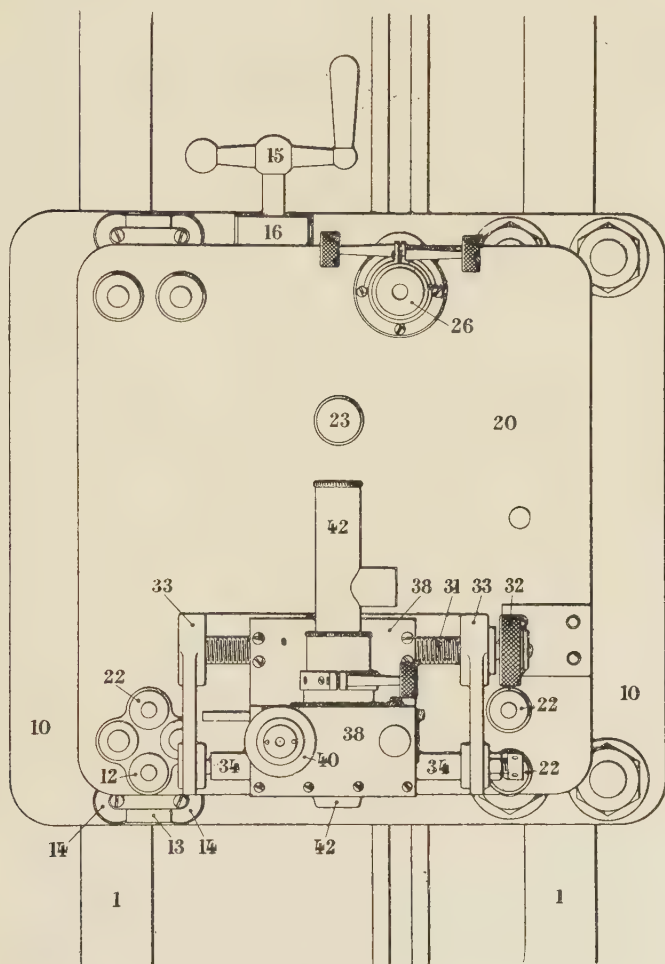


Fig. 77.

est sur le cylindre lisse et ne présente rien de particulier. En agissant sur le bouton moleté, on déplace le plateau 38 d'un mouvement lent et absolument exempt de jeu (même disposition que pour le mandrin du banc de 50 cm). Ce plateau porte lui-même un dispositif de mouvement identique, mais vertical, qui est commandé par le bouton 40, et dont le chariot mobile

41 porte le microscope de pointé 42. Ce microscope est agencé, comme d'ordinaire, avec deux croisées de fils, mais sa partie oculaire a été courbée à angle droit pour permettre une observation plus commode (la figure représente un tube droit). Le trou 43, percé dans le chariot 41, sert à la fixation de la lampe d'éclairage.

b) *Viseur pour rayons de surfaces convexes.* — Le dispositif précédent étant enlevé, on le remplace, pour les rayons de surfaces convexes, par le

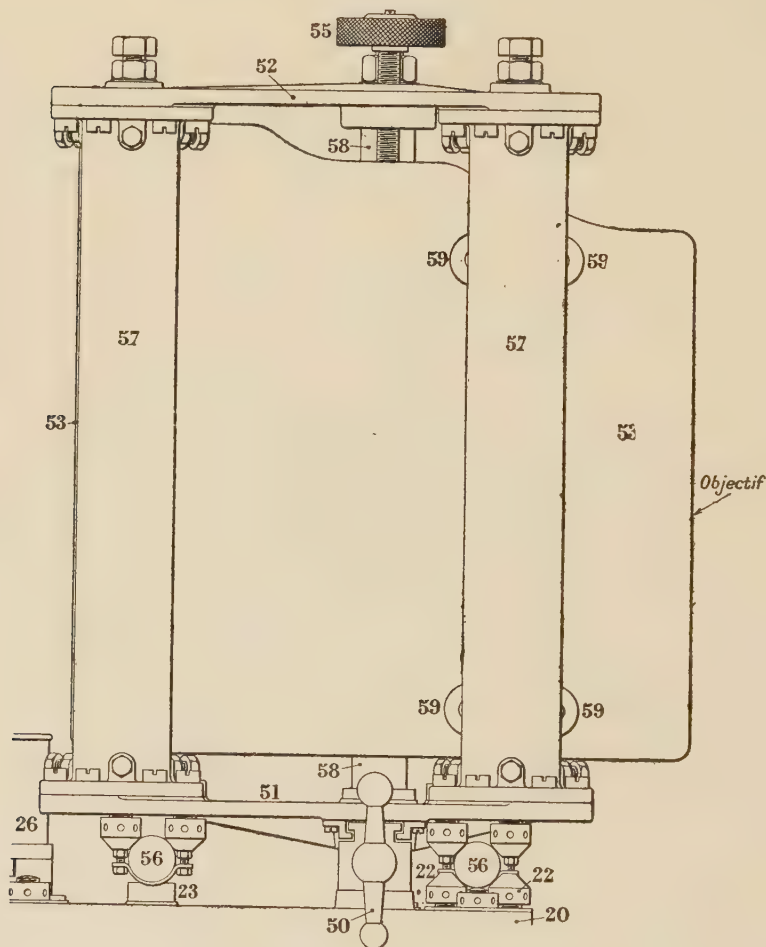


Fig. 78.

viseur spécial (fig. 78, 79, 80). Celui-ci est monté sur un plateau inférieur 51 qui porte, fixées à sa partie inférieure, deux barres cylindriques venant

reposer sur les cônes 22 et sur le point de contact 23 du plateau 20; elles permettent un coulissage de 30 mm perpendiculairement à l'axe du banc. Ce coulissage est commandé, comme celui du plateau inférieur, par la vis 50 et le ressort de rappel. Le plateau 51 est relié, par trois colonnes verticales, au plateau supérieur 52.

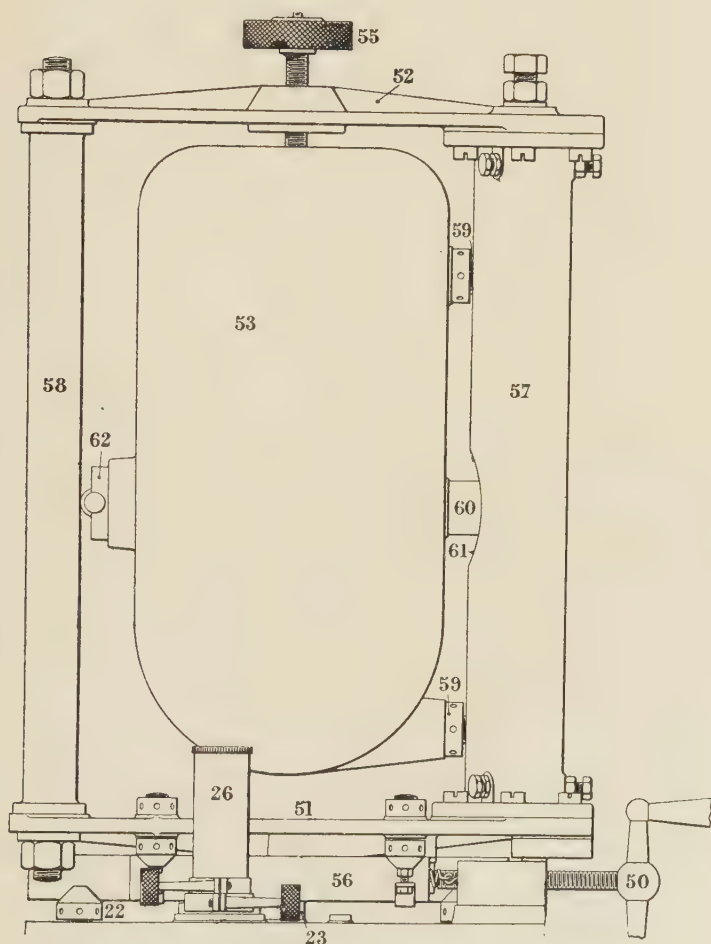


Fig. 79.

Le viseur lui-même est monté dans le carter en aluminium 53. Le faisceau lumineux, issu d'un microscope monté en autocollimation placé en 54 (ou d'un oculaire autocollimateur, voir fig. 81) et non représenté, est réflé-

chi sur cinq miroirs plans, puis tombe sur l'objectif, pour donner à 4 500 mm de distance l'image des croisées de fils. Ce carter doit recevoir un mouvement

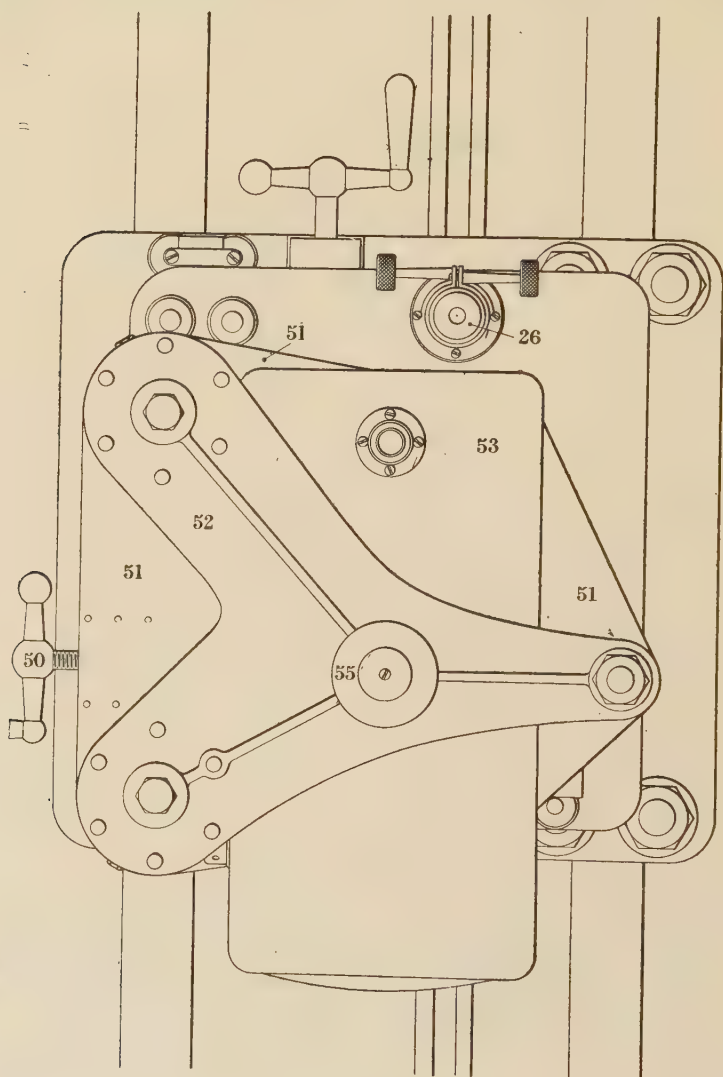


Fig. 80.

de translation vertical. Pour cela, le plateau inférieur supporte, par les deux colonnes creuses 57 et par la colonne pleine 58, le plateau supérieur 52. Le carter est suspendu au plateau supérieur par la vis 55 et par une butée

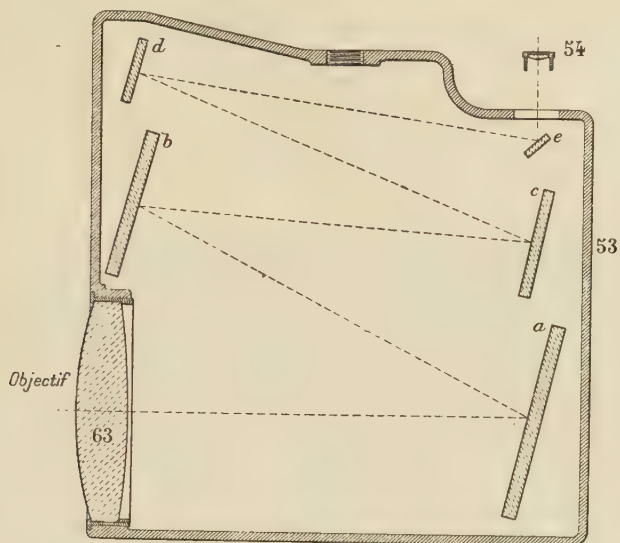


Fig. 81.

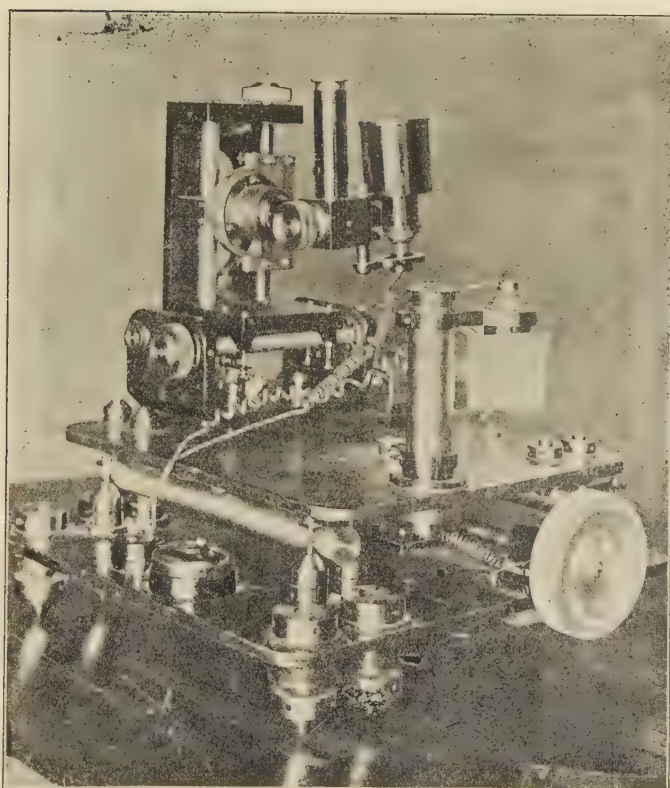


Fig. 82. — Banc de 4 500 mm.
Chariot mobile équipé avec le microscope pour la mesure des surfaces concaves.

à billes, ce qui lui donne un mouvement lent vertical, le rappel étant produit par le poids du carter. Le mouvement du carter est guidé par cinq points de contact (quatre cônes 59 et une sphère 59), qui s'appuient sur des barres situées à l'intérieur des colonnes creuses, par une ouverture 61 ménagée à cet effet dans les colonnes. Le contact est assuré par une pompe qui s'appuie

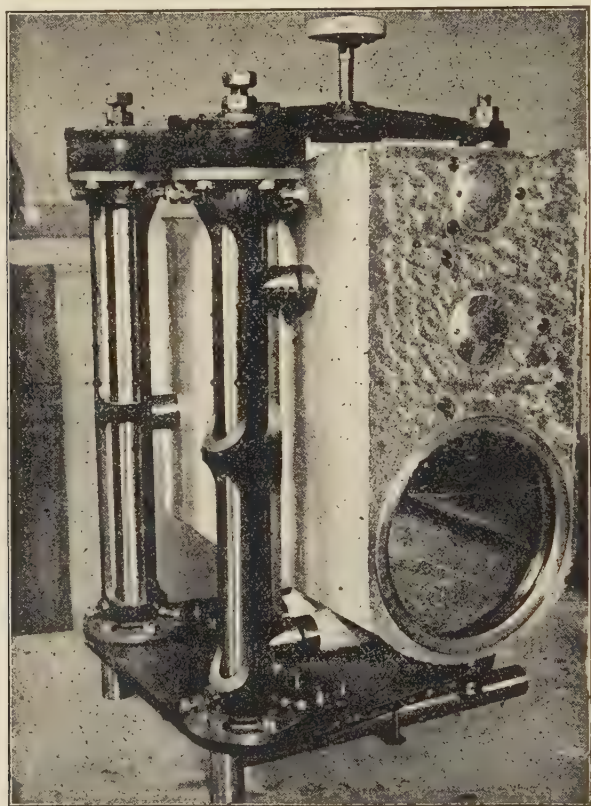


Fig. 83. — Banc de 4 500 mm.
Viseur pour la mesure des surfaces convexes.

sur la colonne pleine. On a donc tout ce qu'il faut pour exécuter les réglages et l'on passe très facilement de la mesure des rayons de surfaces convexes à celle des rayons de surfaces concaves, grâce à l'interchangeabilité rapide des deux dispositifs.

72. Mandrin porte-surfaces. — Ce mandrin est du type J. Cojan, le centrage étant obtenu en faisant inscrire par un index, sur une règle divisée, le diamètre de la surface à étudier. Les plans d'appuis ont été étudiés

de façon à obtenir également le centrage en orientation. Cet appareil permet de saisir toutes les surfaces ou objectifs, depuis 5 mm jusqu'à 200 mm de diamètre.

Cet appareil a pour effet, dans presque tous les cas où les surfaces sont débordées correctement, de rendre inutile la recherche de l'image au centre de courbure.

L'exposé que nous venons de faire se rapporte à une série d'études entreprises depuis 1923 à l'Institut d'Optique théorique et appliquée, sous l'inspiration et la direction de M. Ch. Fabry qui fut notre maître à la Sorbonne et à l'Institut d'Optique. Nous remplissons un très agréable devoir en lui exprimant toute notre reconnaissance pour ses conseils et pour l'intérêt agissant qu'il n'a cessé de porter à nos travaux depuis huit années.

Nous prions M. A. Cotton de recevoir l'expression de notre gratitude pour la bienveillance qu'il a bien voulu nous manifester en diverses circonstances et notamment en voulant bien accepter la présidence du Jury de cette thèse.

Nous remercions M. L. Dunoyer dont l'aide éclairée ne nous a jamais fait défaut et M. Chrétien, notre maître à l'Institut d'Optique.

L'École d'Horlogerie de la Ville de Paris a bien voulu se charger, dans des conditions très avantageuses, de la construction du banc de 50 cm. Nous sommes reconnaissant à son Conseil d'administration, à son aimable directeur d'alors, M. Petrement, et tout particulièrement à M. Feipel, chef d'atelier de la mécanique, qui nous a apporté le concours le plus clairvoyant.

APPENDICE I

NOTE SUR LA PRECISION DES POINTÉS D'UN VISEUR OU D'UN MICROSCOPE, EN FONCTION DE L'ANGLE D'OUVERTURE DE SON OBJECTIF.

Nous allons donner ici quelques indications au sujet de la précision des pointés des microscopes ou viseurs.

Il est assez naturel de penser que ces précisions de pointés dépendent en grande partie, au-dessus d'un certain grossissement de l'instrument, de son pouvoir séparateur, c'est-à-dire du pouvoir séparateur de son objectif, donc de son ouverture.

Nous allons donner ci-dessous les résultats des essais que nous avons effectués, pour différentes ouvertures, soit au centre de courbure de bonnes surfaces, soit sur les surfaces elles-mêmes. Les résultats sont sensiblement les mêmes lorsqu'ils sont obtenus avec des objectifs de même ouverture, bien que de foyers et par conséquent de grossissements différents.

Les résultats ci-dessous se rapportent au cas de la mesure des rayons de courbure où la précision du micron n'a pas besoin d'être dépassée. Ils ont été confirmés ultérieurement par des résultats obtenus au moyen d'objectifs beaucoup plus puissants ⁽¹⁾.

Voici ces résultats, obtenus au moyen de l'appareil représenté par les figures 59 et 60 :

c = pointés sur le centre de courbure.

s = pointés sur la surface.

Foyer de l'objectif.	60 mm	16 mm	60 mm	16 mm	16 mm	16 mm	12 mm
Ouverture numérique. . . .	0,05	0,05	0,05	0,10	0,10	0,20	0,33
Précision en microns. . . .	14 (c)	13 (c)	10 (s)	3,9 (c)	3,3 (s)	0,8 (s)	< 0,5

Les résultats sont toujours un peu moins bons dans les pointés exécutés sur le centre de courbure, car les défauts de surface interviennent. Au contraire, lors des pointés exécutés sur la surface, la portion de surface utilisée est si petite qu'elle peut être considérée comme parfaite.

⁽¹⁾ C. R., t. 187, p. 1044 (3 mai 1928); t. 188, p. 860 (18 mars 1929).

Ces résultats concordent bien avec la formule que nous allons donner, calculée au moyen de la règle de lord Rayleigh. Nous considérons (fig. 84) un instrument parfait, qui donne, d'un point lumineux objet O, une image I, située dans le plan de front P. Tous les rayons issus de O concourent en I, après avoir parcouru des chemins optiques identiques. Déplaçons l'objet O, d'une petite quantité x , pour l'amener en M. L'image I' de M n'est plus au point dans le plan P. Considérons une surface d'onde sphérique quelconque, issue de O. Soit θ l'angle du rayon

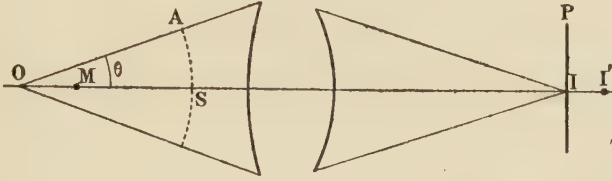


Fig. 84.

extrême avec l'axe; la surface d'onde est coupée par ce rayon en A et par l'axe optique en S. Posons :

$$OA = OS = f.$$

Pour que la section par le plan P du faisceau convergent en I' puisse être différenciée de l'image I, le déplacement de O doit être tel que la différence $MA - MS$ soit égale à $\frac{\lambda}{4}$, λ étant la longueur d'onde employée.

Le calcul suivant va nous donner la formule cherchée. Dans le triangle HMA, on a, H étant le pied de la perpendiculaire abaissée de A sur O I :

$$\overline{MA}^2 = (f \cos \theta - x)^2 + f^2 \sin^2 \theta = f^2 - 2fx \cos \theta + x^2.$$

On a de plus :

$$\overline{MS}^2 = (f - x)^2 = f^2 - 2fx + x^2,$$

d'où :

$$\overline{MA}^2 - \overline{MS}^2 = 2fx(1 - \cos \theta) = 4fx \sin^2 \frac{\theta}{2},$$

$$MA - MS = \frac{\overline{MA}^2 - \overline{MS}^2}{2f} = 2x \sin^2 \frac{\theta}{2}.$$

Écrivons que $MA - MS$ est égal à $\frac{\lambda}{4}$. On a :

$$2x \sin^2 \frac{\theta}{2} = \frac{\lambda}{4},$$

d'où :

$$x = \frac{1}{8} \frac{\lambda}{\sin^2 \frac{\theta}{2}}.$$

D'autre part, M. Fabry a trouvé et vérifié, pour des objectifs de lunettes, la formule suivante :

$$x = \frac{\lambda}{2} \left(\frac{f}{D} \right)^2.$$

Si l'on traduit ceci en fonction de l'angle θ , on a :

$$\frac{D}{f} = 2 \sin \theta,$$

d'où :

$$x = \frac{\lambda}{2 \sin^2 \theta}, \quad \text{ou} \quad x = \frac{\lambda}{8 \omega^2}.$$

Il faut remarquer que la formule de M. Fabry n'est applicable qu'aux angles θ qui ne sont pas trop grands. En fait, pour les ouvertures inférieures à 0,33, elle coïncide pratiquement avec celle déduite de la formule de lord Rayleigh, à condition d'employer pour cette dernière le coefficient 32 au lieu du coefficient 8.

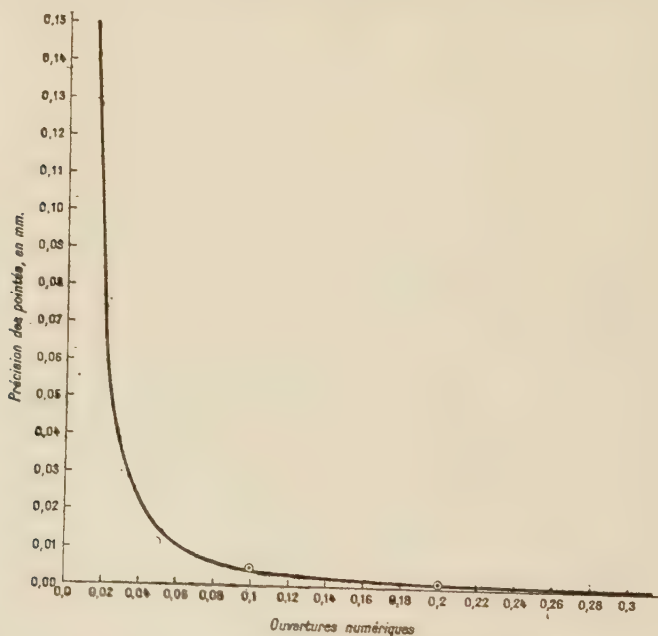


Fig. 85. — Précision des pointés par autocollimation en fonction de l'ouverture numérique.

⊙, Points expérimentaux.

Nous avons tracé (fig. 85), la courbe qui correspond à ces deux formules. Les points expérimentaux ont été reportés sur la courbe et coïncident très exactement avec elle.

Il est intéressant de constater (et c'est un fait qui nous a souvent frappé) que des différences de $\frac{\lambda}{16}$ avec la surface d'onde peuvent être mises en évidence. Une correction des objectifs, juste suffisante pour assurer le pouvoir séparateur théorique, ne sera pas assez bonne pour permettre la précision maximum des pointés.

APPENDICE II

TABLEAUX DE MESURES DE RAYONS

Mesures des parties concaves et convexes d'un même calibre par différentes méthodes.

Mesures de rayons de surfaces concaves et convexes par la méthode du microscope (en millimètres).

Surface convexe $51,38 \pm 0,03$ O. N. = 0,05 Surface concave $51,369 \pm 0,002$ O. N. = 0,20
Surface convexe $5,883 \pm 0,002$ O. N. = 0,20 Surface concave $5,881 \pm 0,002$ O. N. = 0,20.

MESURES DE RAYONS PAR DIFFÉRENTES MÉTHODES

Dans la colonne « Franges », on indique le nombre de franges comprises entre les deux parties du calibre, ainsi que les déformations possibles des surfaces.

DEUX MESURES POUR CHAQUE RAYON

Méthode dièdre surface convexe	Méthode sphères surface concave	Autocollimation surface concave	Franges
$14,402 \pm 0,002$		$14,399 \pm 0,002$	Teinte plate.
$48,407 \pm 0,005$		$48,404 \pm 0,002$	Id.
$42,652 \pm 0,005$	$42,655 \pm 0,005$	$42,652 \pm 0,002$	Id.
$48,329 \pm 0,005$		$48,316 \pm 0,002$	2 franges concaves : $\Delta r = 0,010$ mm.
$33,616 \pm 0,005$	$33,618 \pm 0,003$	$33,633 \pm 0,002$	Bosse très faible au centre de la surface concave. Le reste teinte plate (1).
$17,997 \pm 0,002$		$17,988 \pm 0,002$	3 franges concaves : $\Delta r = 0,007$ mm.
$48,363 \pm 0,005$		$48,359 \pm 0,002$	1 frange concave : $\Delta r = 0,005$ mm.
$14,404 \pm 0,002$		$14,408 \pm 0,002$	Teinte plate.
$13,582 \pm 0,002$		$13,588 \pm 0,002$	0,5 frange concave : bosse au centre de la surface concave (1).

(1) Les mesures au moyen du dièdre et des blocs de sphères ont porté sur une zone de calibre éloignée du centre, en dehors de la zone déformée. Les mesures sont tout à fait concordantes. La mesure au microscope au contraire a porté sur le centre de la zone déformée, et donne le rayon maximum du calibre. La bosse de 0,017 mm du rayon de 33 mm était vue très nettement par interférence, celle du rayon de 13 mm, quoique indubitable, était moins visible.

Mesures d'un même rayon, aux anneaux de Newton, par différents élèves de l'École supérieure (année 1923-1924).

1 376,3 1 376,0 1 374,5 1 374,9,

valeurs obtenues pour des rapports d'ouverture de la surface variant entre $\frac{1}{90}$ et $\frac{1}{160}$.

Constantes des dièdres employées à l'Institut d'Optique :

$$C = 1,00110,$$

$$C = 2,71600,$$

$$C = 6,41543.$$

Éléments des blocs de sphère (juillet 1924) [surfaces exécutées sans calibres].

BLOC I		
$a = 13,833$	$R_1 = 49,756$ (Oct. 1923) $R_1 = 49,756$ (Juill. 1924)	$R_2 = 49,798$ (Oct. 1923) $R_2 = 49,799$ (Juill. 1924)
BLOC II		
$a = 7,065$	$R_1 = 20,533$	$R_2 = 20,536$
BLOC III		
$a = 3,292$	$R_1 = 11,024$	$R_2 = 11,026$
BLOC IV		
$a = 12,665$	$R_1 = 39,833$	$R_2 = 39,825$
BLOC V		
$a = 36,354$	$R_1 = 334,2$	$R_2 = 334,2$
BLOC VI		
$a = 30,911$	161,04	161,05
BLOC VII		
$a = 27,243$	80,099	80,110

Note au sujet des tableaux suivants :

Les tableaux suivants montrent les différentes phases des retouches par interférence de calibres, dont les rayons ont été mesurés par diverses méthodes. Ces retouches ont été exécutées par les élèves de l'École professionnelle de l'Institut d'Optique. Certains d'entre eux, s'adaptant difficilement à une technique nouvelle, ont essayé, à l'insu de leur moniteur, des retouches empiriques sans le contrôle des franges. C'est la raison des résultats incohérents obtenus pour certains calibres, jusqu'au moment où l'élève, surveillé de près, obtenait en une ou deux retouches par interférence le résultat cherché.

Retouches successives d'une série de calibres exécutées dans les ateliers de l'Institut d'Optique.

Mesures exécutées sur la partie convexe des calibres par la méthode des anneaux de Newton.

Rayons en millimètres.

F = nombre de franges de la retouche.

D = diamètre correspondant, en millimètres.

R ₀	R ₁		R ₂		R ₃		R ₄	
	F	D	F	D	F	D	F	D
19 558	21 356	29,4	120	19 573				
4 231,6	4 405,0	16	120	4 230,0				
30 479,4	27 839	17	120	30 373	4	120	31 150	5 50
	31 067	3,6	110	30 516			30 812	1,8 110
10 196	12 236	32	110	9 709	23	100	10 328	6 100
3 525	3 821		40	3 685	9	340	3 472	40
							3 544	
1 273 mesuré par rapport à un calibre R = 976,0 mm	1 284			1 250			1 250	
	1 290			1 277			1 273,2	
815,5	794,3	9	24	819,2	2	24	815,1	

Diamètre
total
de la
surface
= 40 mm

Retouches successives d'une série de calibres exécutés dans les ateliers de l'Institut d'Optique.

Mesures exécutées sur la partie concave du calibre, méthode d'autocollimation, rayons moyens et grands.

Objectif $f = 44$ mm, lectures à $\pm 0,1$ mm près.

Tableau en millimètres.

F = nombre de franges de la retouche.

D = diamètre correspondant en millimètres.

R ₀	R ₁		R ₂			R ₃			R ₄		
		F	D		F	D		F	D	F	D
1 359,0	1 413,6	25	50	1 360,4							
1 437,5	1 460,1	18	50	1 437,1							
600,0	604,9	3,5	50	606,0							
678,9	674,2	16	48	683,1	9,5	8	679,8	Le calcul de F à la première retouche est faux. Il aurait fallu mettre 10 franges et non 16.			
491,9	494,6	12	50	491,9							
540,9	545,9	12	50	541,9							
121,8	122,15	16	20	121,7							
559,0	562,2	17	60	560,7	9	60	559,1				
478,5	479,1	12	100	478,4							
770,1	770,7	4,6	100	769,8							
1 301,73	1 301,1										
	1 302,1	28	60	1 272,9	28	60	1 291,2	28	110	1 304,1	6,7 110
350,8	350,2	4	30	350,4	2,7	40	351,1				
940,0	920,8	26	50	942,7	13	100	940,6				
1 203,9	1 202,7	1,8	70	1 204,7							
1 239,5	1 219,1	10	40	1 239,9							
447,0	450,1	20	60	447,9	13	80	447,1				
227,1	288,4	41	60	227,7	19	60	227,1				
562,2	560,1	19	80	560,9	10	80	562,0				
1 518,9	1 533,1	10	60	1 532,9	10	60	1 522,0	6	100	1 518,7	
1 099,2	1 119,3	27	60	1 092,9	23	100	1 102,2	11	100	1 099,4	
770,1	775,9	16	60	770,0							
335,0	334,7	8	80	335,0							
321,7	322,2	?	?	321,8							
1 145,2	1 142,9	9	100	1 145,1							
509,8	515,1	95	100	508,2	18	80	509,6				
1 211,0	1 216,4	7	8	1 209,5	6	110	1 210,5				
390,6	392,1	4	30	390,4							
160,5	161,3	3,1	40	160,4							

BIBLIOGRAPHIE

- ONDEMANS. — *Zentralzg. f. Mech. u. Optik.*, 1880, 1, p. 66.
G. PAUS. — *Zschf. f. Instk.*, 1882, p. 155.
LAURENT. — *C. R.*, 1885, t. 100, p. 903.
CSAPSKI. — *Zschf. f. Instk.*, 1887, p. 297; *Zschf. f. Instk.*, 1893, p. 393.
PULFRICH. — *Zschf. f. Instk.*, 1892, p. 307.
G. J. BURCH. — *Phil. Mag.*, 1898 (5), 43, p. 256.
W. STROUD. — *Phil. Mag.*, 1898, 45, p. 91.
DONGIER. — *Fourn. Phys.*, 1901, 10, p. 266.
G. W. MOFFIT. — *Phys. Rev.*, XIII, n° 4, 1919.
J. GUILD. — *Nat. Phys. Laboratory*, 1920, p. 303.
D. KRUSS. — *Zschf. f. Instk.*, 1922, p. 245.
J. GUILD. — *Nat. Phys. Laboratory*, 1922, p. 241.
DÉVÉ. — *Rev. Opt.*, 1923, p. 83; *Fl. of sc. Inst.*, 1925-1926, p. 90.
A. BIOT. — *Ann. Sc. Bruxelles*, 1926, p. 143.
A. SCHLEIERMACHER. — *Zeitsch. f. Instk.*, 1928., p. 70.
J. GUILD. — Article *Sphérométrie* du *Dictionnaire de Physique* de Glazebrook.
PRYTZ. — *Annalen der Physik*.
-

TABLE DES MATIÈRES

CHAPITRE I

INTRODUCTION

	Pages
Généralités.	5
Cas particulier des mesures de rayons d'outils et de calibres.	7

PREMIÈRE PARTIE

MÉTHODES DE CONTACT — APPAREILS A PALPEURS

CHAPITRE II

SPHÉROMÈTRE ORDINAIRE

1. Exposé de la méthode.	9
2. Précision de la méthode.	12
3. Remarques sur quelques types courants de sphéromètres.	13

CHAPITRE III

SPHÉROMÈTRE DIÈDRE

4. Principe de la méthode.	15
5. Précision de la méthode.	16
6. Description d'un appareil d'essais.	18
7. Quelques perfectionnements désirables en vue de l'emploi pratique de cet appareil à lecture directe	20

DEUXIÈME PARTIE

MÉTHODES DE CONTACT — APPAREILS SANS PALPEURS

CHAPITRE IV

CALIBRE DE RAYON

8. Principe et précision de la méthode.	21
9. Résultats pratiques de la méthode.	24
10. Réglage de précision d'un outil au moyen d'un calibre interférentiel.	25

CHAPITRE V

MÉTHODES DU DIÈDRE

A) *Dièdre d'atelier à lecture directe, de M. Fabry.*

	Pages
11. Principe de la méthode	26
12. Précision de la méthode.	27
13. Détermination des constantes de l'appareil	27
14. Construction d'un dièdre non gradué directement en rayons.	28
15. Construction d'un dièdre à lecture directe.	29
16. Emploi pratique de la méthode	30

B) *Dièdres pour mesures de précision.*

17. Principe de la méthode	32
18. Précision de la méthode.	33
19. Relation entre la constante du dièdre et l'ouverture numérique qui lui correspond.	40
20. Construction des dièdres; réglages et manipulations.	41

CHAPITRE VI

MÉTHODES DES SPHÈRES TANGENTES

A) *Sphères tangentes pour les rayons concaves.*

21. Principe de la méthode	45
22. Détermination des constantes des blocs.	46
23. Précision de la méthode.	46
24. Établissement du projet d'une série de blocs.	48

B) *Sphères tangentes pour les rayons convexes.*

25. Principe et précision de la méthode	50
26. Construction des blocs et manipulation pour les deux méthodes des sphères tangentes.	52

CHAPITRE VII

MÉTHODES PAR INTERFÉRENCES

27. Introduction	54
----------------------------	----

A) *Méthodes des anneaux de Newton.*

28. Principe de la méthode	54
29. Discussion d'erreurs.	57
30. Conditions nécessaires pour obtenir une bonne précision. Surface de référence plane. a) Cas des rayons moyens; b) Cas des très grands rayons.	59
31. Conditions nécessaires pour obtenir une bonne précision. Surface de référence sphérique. a) Cas des ouvertures très faibles. b) Cas de deux rayons très voisins, pour ouvertures moyennes. c) Cas de rayons quelconques, plus petits que 1 700 mm.	60
32. Modification de la formule des anneaux de Newton, pour le cas d'ouvertures moyennes et grandes	66
33. Comparaison des formules paragraphes 28 et 32.	68
34. Principe du dispositif expérimental.	69

	Pages
35. Conditions de netteté des franges. Largeur à donner à la source.	71
36. Mise en place de la surface. Sources de lumière	74
37. Réglages et exécution des mesures.	76
38. Erreurs dues aux imperfections des surfaces de référence; manière de s'en affranchir.	79

B) Méthode des anneaux en lumière normale.

39. Principe de la méthode	81
40. Précision de la méthode.	85
41. Principe du dispositif expérimental pour l'observation des franges. Application à la mesure des différences de rayons de courbures.	87
42. Emploi pratique de la méthode	90
43. Conditions de netteté des franges.	91
44. Description de l'appareil et exécution des mesures.	97

C) Application des méthodes précédentes.

45. Exécution d'un calibre de courbure de rayon donné.	100
--	-----

CHAPITRE VIII

APPAREIL POUR L'EMPLOI PRATIQUE DES MÉTHODES DES SPHÈRES TANGENTES DU DIÈDRE ET DES ANNEAUX DE NEWTON

46. Introduction	106
----------------------------	-----

A) Dispositif utilisant des surfaces de référence orientées vers le bas.

47. Comparateur	107
48. Dispositif de fixation et réglage des surfaces de référence et de la surface à étudier.	108
49. Manipulation pour la méthode des anneaux de Newton.	114
50. Manipulation pour la méthode du dièdre ou des sphères tangentes	116

B) Dispositif utilisant des surfaces de référence orientées vers le haut.

51. Projet d'appareil	116
52. Quelques remarques au sujet des trois méthodes par contact.	117

TROISIÈME PARTIE

MÉTHODE D'AUTOCOLLIMATION

CHAPITRE IX

EXPOSÉ DES MÉTHODES D'AUTOCOLLIMATION

53. Introduction	119
54. Méthode ordinaire d'autocollimation, applicable aux rayons concaves.	120
55. Appareil de M. Guild perfectionné, applicable aux rayons concaves. Ses inconvénients.	120
56. Autre méthode d'autocollimation. Appareil de Prytz. Ses inconvénients	124
57. Nouveau dispositif d'autocollimation. Principe de la méthode.	125
58. Précision de la méthode	129
59. Détermination de la constante α	134
60. Principe du réglage.	134

CHAPITRE X

DESCRIPTION DES APPAREILS EN SERVICE A L'INSTITUT D'OPTIQUE

A) Microscope pour la mesure des petits rayons.

	Pages
61. Microscope pour la mesure des rayons de surfaces concaves et convexes de 0 à 80 mm.	142

B) Banc de 50 cm pour la mesure des rayons concaves de 0 à 500 mm et convexes de 0 à 230 mm.

62. Schéma	144
63. Microscope de pointé	146
64. Règle	147
65. Mandrin porte-surfaces.	147
66. Réglage de l'appareil	152
67. Exécution des mesures.	155
68. Mesure des distances focales.	155

C) Banc de 4 m, 50.

69. Schéma	155
70. Banc.	156
71. Dispositif assurant les pointés	156
72. Mandrin porte-surfaces.	164

APPENDICE I

Note sur la précision des pointés d'un viseur ou d'un microscope en fonction de l'angle d'ouverture de son objectif	166
---	-----

APPENDICE II

Tableaux de mesures de rayons	169
BIBLIOGRAPHIE.	174

DEUXIÈME THÈSE

PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ

LES PHÉNOMÈNES PHOTOÉLECTRIQUES

VU ET APPROUVÉ :

Paris, le 26 avril 1929.

Le Doyen de la Faculté des Sciences,

Signé : CH. MAURAIN

VU ET PERMIS D'IMPRIMER :

Le Recteur de l'Académie de Paris,

Signé : S. CHARLÉTY.
